

Matematik VVS E-niveau

Revideret 15/12 - 2015

Opgaver



Regnearternes rækkefølge

Plus, minus, gange og division

Eksempel:Udregn: $8 - 5 + 6 - 4 + 2$

Man regner forfra og får:

$$8 - 5 + 6 - 4 + 2 =$$

$$3 + 6 - 4 + 2 =$$

$$9 - 4 + 2 =$$

$$5 + 2 =$$

$$7$$

Udregn: $6 - 4 + 8 + 2 - 5$

Man regner forfra og får:

$$6 - 4 + 8 + 2 - 5 =$$

$$2 + 8 + 2 - 5 =$$

$$10 + 2 - 5 =$$

$$12 - 5 =$$

$$7$$

Regnestykkerne ovenfor er ens. Tallene er blot skrevet i forskellig rækkefølge.

Man kan bytte rundt på tallene i et plus-minus-regnestykke, som man vil, men regnetegnene skal følge med tallene (der står et "usynligt" plus foran det forreste tal, hvis der ikke står et minus).

Opgave 1

Beregn - helst uden lommeregner - men med mellemregninger.

a) $3 - 4 + 6$

b) $6 + 2 - 9$

c) $6 + 3 - 4$

d) $5 - 3 - 7 + 2$

e) $10 - 4 - 12 + 6$

f) $23 - 5 + 12 - 7$

g) $12 - 4 - 8 + 9 + 12$

h) $40 - 4 + 10 - 35 - 5$

Eksempel:Udregn: $4 \cdot 6 : 3 \cdot 5 : 2$

Man regner forfra og får:

$$4 \cdot 6 : 3 \cdot 5 : 2 =$$

$$24 : 3 \cdot 5 : 2 =$$

$$8 \cdot 5 : 2 =$$

$$40 : 2 =$$

$$20$$

Udregn: $5 \cdot 4 : 2 \cdot 6 : 3$

Man regner forfra og får:

$$5 \cdot 4 : 2 \cdot 6 : 3 =$$

$$20 : 2 \cdot 6 : 3 =$$

$$10 \cdot 6 : 3 =$$

$$60 : 3 =$$

$$20$$

Regnestykkerne ovenfor er ens. Tallene er blot skrevet i forskellig rækkefølge.

Man kan bytte rundt på tallene i et gange-divisions-regnestykke som man vil, men regnetegnene skal følge med tallene (der står normalt et "usynligt" gange foran det forreste tal).



Opgave 2

Beregn - helst uden lommeregner - men med mellemregninger.

- a) $4 \cdot 5 \cdot 2$
- b) $6 \cdot 5 \cdot 8$
- c) $100 : 2 : 5$
- d) $24 : 3 : 4$

- e) $20 : 5 \cdot 3 : 2$
- f) $6 \cdot 5 \cdot 2 : 10 : 3$
- g) $3 \cdot 20 : 5 : 2$
- h) $2 \cdot 6 : 3 \cdot 5 : 10$

Eksempel:

Udregn: $4 \cdot 5 + 8 : 2$

Man regner og får:

$$4 \cdot 5 + 8 : 2 =$$

$$20 + 4 =$$

$$24$$

Udregn: $7 - 12 : 4 + 8 \cdot 3 : 6 - 5$

Man regner og får:

$$7 - 12 : 4 + 8 \cdot 3 : 6 - 5 =$$

$$7 - 3 + 4 - 5 =$$

$$3$$

I lange regnestykker skal man gange og dividere før man plusser og minusser.

Man siger at gange og divider er "stærkere" end plus og minus.

Opgave 3

Beregn - helst uden lommeregner - men med mellemregninger.

- a) $2 \cdot 3 + 5$
- b) $6 - 3 \cdot 7$
- c) $15 - 12 : 4$
- d) $30 : 6 - 2$

- e) $3 \cdot 4 + 12 : 2$
- f) $24 : 4 - 5 \cdot 1$
- g) $4 - 6 + 12 \cdot 3$
- h) $26 : 2 - 3 + 5$

Opgave 4

Beregn - helst uden lommeregner - men med mellemregninger.

- a) $5 + 2 \cdot 8 - 6 + 25 : 5$
- b) $7 \cdot 5 + 15 - 4 \cdot 10 - 16 : 2 - 3$
- c) $24 : 6 + 3 \cdot 7 - 15 : 5$
- d) $12 - 50 : 10 + 3 \cdot 4 \cdot 4$

- e) $2 \cdot 6 : 3 + 15 - 2 \cdot 2$
- f) $10 \cdot 7 - 50 + 30 + 2 \cdot 15 + 50 : 5$
- g) $10 - 4 + 5 \cdot 3 - 40 : 10 \cdot 3 + 12$
- h) $24 : 8 \cdot 4 - 4 \cdot 2 + 30 : 6 - 14 : 7 + 6$



Negative tal

Eksempel:Udregn: $5 - 8$ Udregn: $5 + (-8)$

Man regner og får:

$$5 - 8 = -3$$

Man regner og får:

$$5 + (-8) = -3$$

Opgaverne ligner hinanden, men de bør tænkes lidt forskelligt.

I opgaven til venstre trækker du et positivt tal fra et andet positivt tal.

I opgaven til højre lægger du et positivt og et negativt tal sammen.

Opgave 5

Beregn - helst uden lommeregner - men med mellemregninger.

- a) $-2 + 5$
- b) $6 - 7$
- c) $-15 + 12$
- d) $-30 - 5$

- e) $30 - 400$
- f) $-300 + 60$
- g) $-30 + 15 - 9$
- h) $-12 - 7 + 24 - 5$

Eksempel:Udregn: $6 - (-4)$ Udregn: $-3 - (-7)$

Man regner og får:

$$6 - (-4) = 10$$

Man regner og får:

$$-3 - (-7) = 4$$

Fordi $6 - (-4)$ svarer til $6 + 4$ Fordi $-3 - (-7)$ svarer til $-3 + 7$

Når man trækker et negativt tal fra, skal man reelt lægge til, fordi to minusser efter hinanden giver plus.

Man siger at minus minus giver plus

Tænk på et minus-stykke som en beregning af forskellen på to tal. I opgaven til venstre er forskellen på -4 og 6 altså 10 .

Opgave 6

Beregn - helst uden lommeregner - men med mellemregninger.

- a) $-2 - (-5)$
- b) $13 + (-4)$
- c) $-20 + 35$
- d) $-7 + (-3)$

- e) $12 - (-8) + (-5)$
- f) $-15 + 19 - (-9)$
- g) $-9 + 3 - 12$
- h) $-4 + (-6) - (-15)$



Opgaver - Regnearternes rækkefølge

Eksempel:

Udregn: $3 \cdot (-5)$

Man regner og får:

$$3 \cdot (-5) = -15$$

Udregn: $-24 : 4$

Man regner og får:

$$-24 : 4 = -6$$

Eksempel:

Udregn: $-2 \cdot (-4)$

Man regner og får:

$$-2 \cdot (-4) = 8$$

Udregn: $-20 : (-5)$

Man regner og får:

$$-20 : (-5) = 4$$

Når man ganger og dividerer med negative tal gælder disse regler:

$\begin{array}{l} + \cdot - = - \\ - \cdot + = - \end{array}$	og	$\begin{array}{l} + : - = - \\ - : + = - \end{array}$	og	$\begin{array}{l} - \cdot - = + \\ - : - = + \end{array}$
---	----	---	----	---

Opgave 7

Beregn - helst uden lommeregner - men med mellemregninger.

- a) $-3 \cdot 7$
- b) $20 : (-5)$
- c) $-30 : (-3)$
- d) $-4 \cdot (-20)$

- e) $-24 : 8$
- f) $24 : (-3) \cdot 5$
- g) $-15 \cdot (-2) : 6$
- h) $-8 \cdot (-6) : (-4)$

Opgave 8

Beregn - helst uden lommeregner - men med mellemregninger.

- a) $-18 : 3 + 4$
- b) $35 : (-7) - 10$
- c) $20 + 12 : (-3)$
- d) $13 + (-4) \cdot (-3)$

- e) $-18 : 6 + (-5) \cdot (-3)$
- f) $12 + (-25) : (-5) - 8$
- g) $4 \cdot (-3) \cdot (-3) - 10$
- h) $12 + 14 : (-2) \cdot (-3) + 6$



Parenteser og brøkstreger

Eksempel:

Udregn: $4 \cdot (8 - 3)$

Man regner og får:

$$4 \cdot (8 - 3) =$$

$$4 \cdot 5 =$$

$$20$$

Udregn: $6 + (4 \cdot 3 - 2) : 5$

Man regner og får:

$$6 + (4 \cdot 3 - 2) : 5 =$$

$$6 + (12 - 2) : 5 =$$

$$6 + 10 : 5 =$$

$$6 + 2 =$$

$$8$$

Hvis der er parenteser i lange regnestykker, skal parenteserne udregnes først.

Opgave 9

Beregn - helst uden lommeregner - men med mellemregninger.

a) $12 : (8 - 4)$

b) $4 \cdot (13 - 5)$

c) $(12 - 4) \cdot 3$

d) $(45 - 5) : 8$

Opgave 10

Beregn - helst uden lommeregner - men med mellemregninger.

a) $10 + 5 \cdot (7 - 4)$

b) $(12 - 6 + 8) : 7$

c) $(12 - 27) \cdot 5$

d) $8 + (2 + 5) \cdot 3 - 4$

Opgave 11

Beregn - helst uden lommeregner - men med mellemregninger.

a) $5 \cdot (9 - 5 + 2) - 3 \cdot (6 + 2)$

b) $(8 - 3) \cdot 4 + (16 - 4) : 2$

c) $4(9 - 3) - 2(3 + 2)$

d) $(5 + 3)(9 - 7) - 5$



Eksempel:

$$\text{Udregn: } \frac{5+7}{9-6}$$

Man regner og får:

$$\frac{5+7}{9-6} =$$

$$\frac{12}{3} =$$

4

Man kunne også have skrevet:

$$(5+7) : (9-6) =$$

$$12 : 3 =$$

4

$$\text{Udregn: } 3 + \frac{8 \cdot 3}{6} - 5$$

Man regner og får:

$$3 + \frac{8 \cdot 3}{6} - 5 =$$

$$3 + \frac{24}{6} - 5 =$$

$$3 + 4 - 5 =$$

2

Man kunne også have skrevet:

$$3 + (8 \cdot 3 : 6) - 5 =$$

$$3 + 24 : 6 - 5 =$$

$$3 + 4 - 5 =$$

2

En brøkstreg betyder det samme som et divisionstegn.

Hvis der er regnestykker i tæller eller nævner (over eller under brøkstregen), skal de udregnes før man dividerer.

Hvis der er brøktreger i lange regnestykker, skal de - ligesom parenteser - udregnes først.

Opgave 12

Beregn - helst uden lommeregner - men med mellemregninger.

a) $\frac{5+13}{6}$

b) $\frac{24}{7-3}$

c) $\frac{15+6}{11-4}$

d) $\frac{9+4+7}{8-3}$

e) $\frac{18}{7-3+6-8}$

f) $\frac{15+4+8}{15+3-9}$

g) $\frac{2+4 \cdot 3}{10-3}$

h) $\frac{8+5 \cdot 2}{(6-4) \cdot 3}$

i) $12 - \frac{8+6+10}{9-3}$

j) $\frac{5 \cdot (7-3)}{12-2} + 8$

k) $10 + 3 \cdot \frac{9+7}{8}$

l) $5 + \frac{16}{10-6} + \frac{9 \cdot (5-3)}{2+4}$



Førstegradslikninger

Hvad er en førstegradslikning?

En ligning siges at være af første grad, hvis den kan skrives på formen $ax + b = 0$ eller umiddelbart omskrives, så den kan stå på denne måde, dvs. at ligningen har en ubekendt (af første grad).

Eksempel:

$$2x + 4 = 0$$

$$x + 5 = 8 - 2x$$

$$5(x + 2) = 4x$$

Hvordan løses en førstegradslikning?

For at løse en førstegradslikning, skal man isolere den ubekendte (her kaldet x) og for at kunne opskrive løsningen af ligningen, skal man kende tegnet $\Leftrightarrow$, som betyder "ensbetydende". Det vil sige, at løsningen er den samme som.

Eksempel:

$$2x - 4 = 0 \Leftrightarrow$$

$$2x = 4 \Leftrightarrow$$

$$x = \frac{4}{2} \Leftrightarrow$$

$$x = 2$$

Opgave 1

Løs følgende ligninger:

a) $9x = 27$

b) $7x + 2 = 12$

c) $12 - 3x = 0$

d) $4x + 19 = 19$

e) $5 + 3x = 4x + 2$

f) $-2x + 1 = -5x + 7$

g) $-4x + 3 = 2 + 4x$

h) $-2x - 4 = -5x + 8$

Opgave 2

a) $A = l \cdot b$ isoler b

b) $A = \frac{1}{2} \cdot h \cdot (a + b)$ isoler h

c) $O = 2 \cdot \pi \cdot r$ isoler r

d) $A = \frac{1}{2} \cdot h \cdot g$ isoler h

Opgave 3

Løs følgende ligninger:

a) $3 + (x - 1) = 4 - (4x - 3)$

b) $3(2x - 4) = 24$

c) $6x + (3x - 7) = 4x + (4x - 1)$

d) $5 + (2x - 3) = x - (3x + 10)$

e) $15 + (2x - 3) = 10x - (3x - 2)$

f) $6x + (3x - 17) = 4x + 3(4x - 1)$

g) $8x + (5x - 9 - 4x + 1) = x - 4(x - 4)$

h) $-4(8x - 7) + 18x = 31x - 2(90 + 28x) - 45$



Opgave 4

Løs følgende ligninger:

a) $\frac{2x + 3}{3} = 5$

b) $\frac{3x + 4}{2} = 8$

c) $\frac{2x + 28}{3} = 3x$

d) $\frac{3 + (x - 1)}{3} = 4x + 8$

Opgave 5

En lærling er sendt til bageren efter to rugbrød. Han har 50 kr. med og kommer til at købe studenterbrød for de penge, som er til overs.

Du skal finde ud af, hvor mange studenterbrød han får.

- a) Hvilken af disse ligninger kan bruges?

$$2 \cdot 15 + 5 \cdot x = 50 \quad \text{eller} \quad 15 + x = 50 - 5$$

- b) Løs den rigtige ligning og find antal studenterbrød.

Bager Kringle

Rugbrød..... 15 kr.

Franskbrød 13 kr.

Studenterbrød..... 5 kr.

Romkugler..... 3 kr.

En anden lærling er sendt til bageren efter fire franskbrød. Han har 100 kr. med og kommer til at købe romkugler for de penge, som er til overs.

Du skal finde ud af, hvor mange romkugler han får.

- c) Skriv en ligning som kan bruges, når x er antal romkugler.

- d) Løs ligningen og find antal romkugler.

Brian har 70 kr., som han skal bruge på romkugler og studenterbrød. Han skal have tre gange så mange romkugler som studenterbrød.

- e) Beregn hvor mange han kan købe af hver slags – helst vha. en ligning.



To ligninger med to ubekendte

Lige som man kan løse ligninger af første grad kan man også løse to ligninger med to ubekendte.

Der findes fire metoder til at løse to ligninger med to ubekendte:

1. Substitutionsmetoden
2. Lige store koefficienters metode
3. Determinantmetoden
4. Grafisk løsning

I dette afsnit arbejdes der kun med substitutionsmetoden og den grafiske metode da disse ofte betegnes som de letteste metoder. Lige store koefficienters metode kan også benyttes på dette niveau. Hvor i mod determinantmetoden hører til på B-niveau.

To ligninger med to ubekendte kaldes også for et ligningssystem. For at kende forskel på de to ligninger benævnes de ofte ligning et og ligning to. Dette skrives typisk med romertal for et og to, altså (I) og (II)

Grafisk løsning

I den grafiske løsning skrives ligningssystemet om til to funktioner. Graferne for disse funktioner tegnes i et koordinatsystem og skæringen mellem de to grafer er løsningen på ligningssystemet.

Eksempel

Her er to ligninger med to ubekendte x og y:

$$\begin{aligned} \text{(I)} \quad & x + y = 3 \\ \text{(II)} \quad & 4x + 3y = 1 \end{aligned}$$

Først isoleres y i begge ligninger:

$$\begin{aligned} \text{(I)} \quad & x + y = 3 \Leftrightarrow y = -x + 3 \\ \text{(II)} \quad & 4x + 3y = 1 \Leftrightarrow y = -1,333x + 0,333 \end{aligned}$$

Nu tegnes de to grafer ind i et koordinatsystem og skæringspunktet A aflæses til (-8,12)





Substitutionsmetoden

Substitution betyder erstatning. Metoden kaldes også nogle steder for indsættelsesmetoden. Denne metode til løsning af to ligninger med to ubekendte går ud på, at isolere den ene ubekendte i den ene ligning, og derefter substituere (indsætte) dette udtryk ind i den anden ligning.

Eksempel

Her er to ligninger med to ubekendte x og y :

$$\begin{array}{ll} \text{(I)} & x + y = 3 \\ \text{(II)} & 4x + 3y = 1 \end{array}$$

Først isoleres x i den øverste ligning (I):

$$\begin{array}{ll} \text{(I)} & x = 3 - y \\ \text{(II)} & 4x + 3y = 1 \end{array}$$

Udtrykket for x substitueres (sættes ind) i den nederste ligning (II). Herved isoleres og bestemmes y , hvorefter x kan bestemmes:

$$\begin{array}{ll} \text{(I)} & x = 3 - y \\ \text{(II)} & 4(3 - y) + 3y = 1 \end{array}$$

⇕ i (II) ganges 4 ind i parentesen

$$\begin{array}{ll} \text{(I)} & x = 3 - y \\ \text{(II)} & 12 - 4y + 3y = 1 \end{array}$$

⇕ i (II) forkortes y

$$\begin{array}{ll} \text{(I)} & x = 3 - y \\ \text{(II)} & 12 - y = 1 \end{array}$$

⇕ i (II) isoleres og beregnes y

$$\begin{array}{ll} \text{(I)} & x = 3 - y \\ \text{(II)} & y = 12 - 1 = 11 \end{array}$$

⇕ y -værdien fra (II) indsættes i (I)

$$\begin{array}{ll} \text{(I)} & x = 3 - 11 = -8 \\ \text{(II)} & y = 11 \end{array}$$

Det virker måske som om metoden er langtrukken og en smule besværlig, men så snart man har princippet på plads så kan man, med en smule erfaring, ofte løse to ligninger med to ubekendte forholdsvis hurtigt.



Opgave 1

Løs disse ligningssystemer med den grafiske løsning.

a) (I) $-x + y = 1$
(II) $-x + 2y = 8$

c) (I) $3x + y = 7$
(II) $2x + y = 5$

b) (I) $2x - y = 0$
(II) $-x + y = 3$

d) (I) $3x + 2y = 16$
(II) $-x + 4y = 4$

Opgave 2

Løs disse ligningssystemer med substitutionsmetoden.

a) (I) $-x + y = 2$
(II) $x + 5y = 10$

c) (I) $-2x + y = 3$
(II) $2x + y = -3$

b) (I) $x - 4y = -20$
(II) $2x - y = 2$

d) (I) $2x + y = 7$
(II) $8x - 2y = 1$

Opgave 3

Sigurd har haft fødselsdag og vil derfor gerne købe kager til alle i klassen. Der er i alt 21 elever og én lærer i klassen. Sigurd ved ikke hvad de andre kan lide og beslutter sig derfor til at købe to forskellige slags kager. Træstammer koster 5 kr./stk. og snegle koster 4 kr./stk. Sigurd har kun 100 kr. at købe kagerne for.

Antal træstammer kaldes x og antal snegle kaldes y .

- a) Sammenhængen mellem x og y kan beskrives med to af disse ligninger.
Find de to rigtige.

$$x + y = 22$$

$$x + y = 100$$

$$5x + 4y = 100$$

$$5x + 4y = 22$$

- b) Omskriv de to rigtige ligninger til to lineære funktioner.
c) Tegn i et koordinatsystem graferne for de to funktioner
d) Hvor mange træstammer og snegle kan Sigurd købe?



Længde og areal

Opgave 1

Omregn til mm:

- a) 2,5 cm
- b) 15 cm
- c) 0,5 dm
- d) 5 dm
- e) 2 m
- f) 0,85 m

Opgave 2

Omregn til cm:

- a) 20 mm
- b) 5 mm
- c) 4 dm
- d) 0,8 dm
- e) 3 m
- f) 0,25 m

Opgave 3

Omregn til dm:

- a) 250 mm
- b) 80 mm
- c) 45 cm
- d) 9 cm
- e) 1,5 m
- f) 0,75 m

Opgave 4

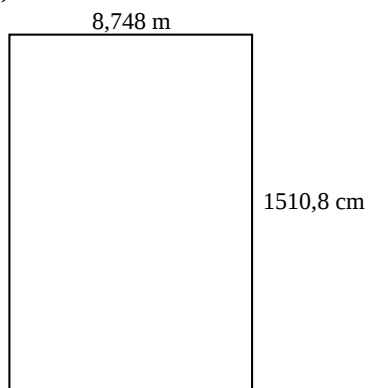
Omregn til m:

- a) 600 mm
- b) 70 mm
- c) 250 cm
- d) 75 cm
- e) 12 dm
- f) 8 dm

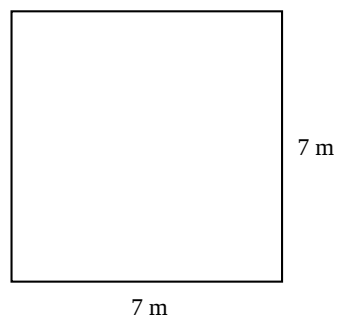
Opgave 5

Beregn omkreds i meter og areal i m^2 af følgende figurer:

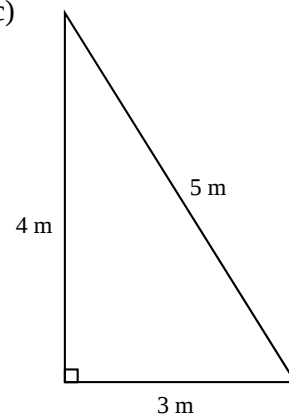
a)



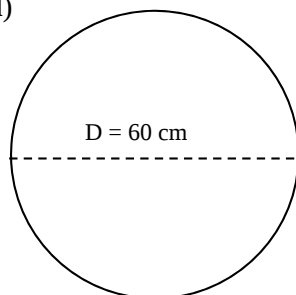
b)



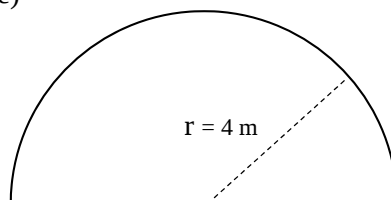
c)



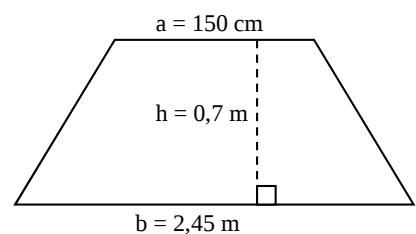
d)



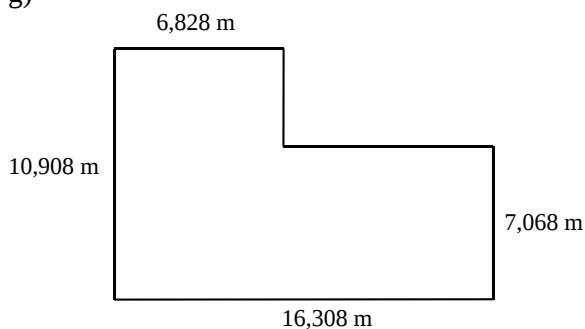
e)



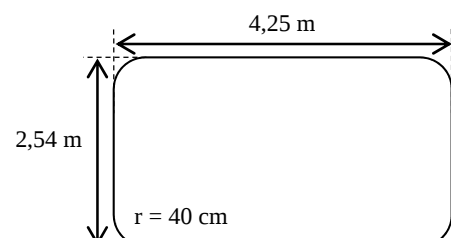
f) (KUN areal)



g)



h)





Opgave 6

Omregn til mm^2 :

- a) $22,5 \text{ cm}^2$
- b) 175 cm^2
- c) 2 m^2
- d) $0,45 \text{ m}^2$

Opgave 7

Omregn til cm^2 :

- a) 82 mm^2
- b) 598 mm^2
- c) $0,25 \text{ m}^2$
- d) 3 m^2

Opgave 8

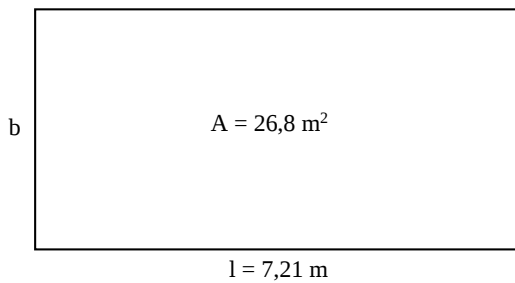
Omregn til m^2 :

- a) 2540 mm^2
- b) 880 mm^2
- c) 495 cm^2
- d) 29 cm^2

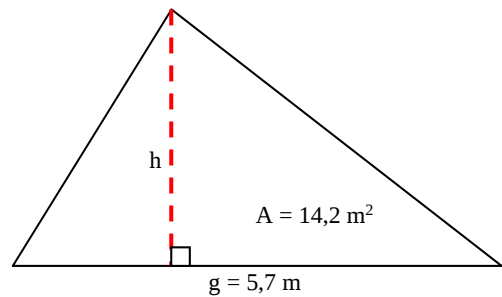
Opgave 9

Beregn de manglende længder af følgende figurer:

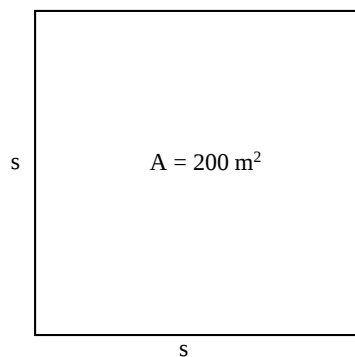
a)



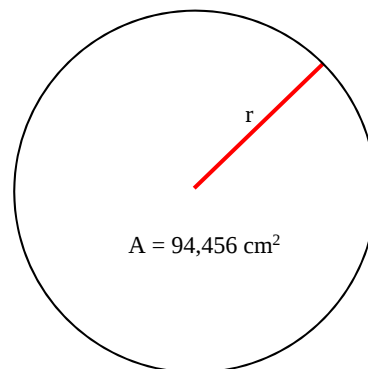
b)



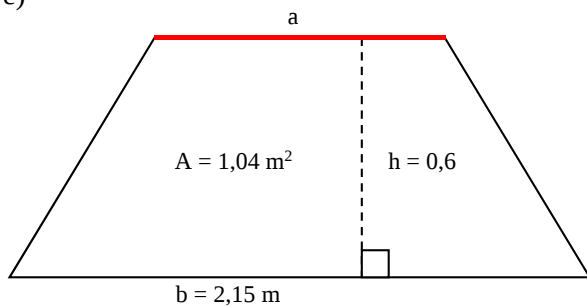
c)



d)

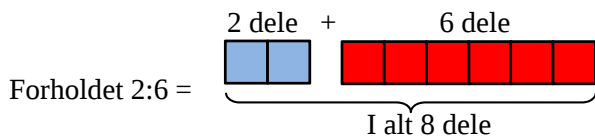


e)





Forholdsregning



Opgave 1

- a) Del 540 kr. i forholdet 2:3
- b) Del 270 kr. i forholdet 1:6
- c) Del 315 kr. i forholdet 1:4
- d) Del 665 kr. i forholdet 7:2

Opgave 2

- a) Der skal blandes 5 liter maling i blandingsforhold 2:6 (2 del blå, 6 dele rød)
Beregn hvor mange liter der skal bruges af hver farve.
- b) Der skal blandes 50 liter maling i blandingsforhold 1:7 (1 del blå, 7 dele gul)
Beregn hvor mange liter der skal bruges af hver farve.
- c) Der skal blandes 15 liter maling i blandingsforhold 1:2:4 (1 del rød, 2 dele gul og 4 dele hvid)
Beregn hvor mange liter der skal bruges af hver farve.

Opgave 3

Familien Hansen er på 3 personer. Familien Jensen er på 5 personer. Jytte er alene.

De bestiller alle det samme på en restaurant og får en fælles regning på 1340 kr. De deler regningen. Hvor meget skal familien Hansen, familien Jensen og Jytte betale?

Opgave 4

- a) Torben lægger bil til en køretur fra Kongerslev til Hobro, 40 km.
Benzinprisen er 35 kr.
Jane, Mia og Søren kører med. Da Torben lægger bil til, skal han ikke betale for benzinen. Søren vil betale for Mia. Hvor meget skal Jane og Søren betale for at køre med til Hobro?
- b) I Hobro møder de Peter. Han får lov til at køre med tilbage.
Hvor meget skal Jane, Søren og Peter betale til Torben for hjemturen?



Målestoksforhold

Hvad er målestoksforhold?

Målestoksforhold bruges til at vise, hvordan et mål på en tegning eller en model hænger sammen med afstanden i virkeligheden.

Det skrives på følgende måde:

$$\begin{array}{c} 1:100 \\ \swarrow \quad \searrow \\ \text{tegning} : \text{virkelighed} \end{array}$$

Hvis man for eksempel skal beskrive størrelser og afstande mellem forskellige dele af et hus, vil det være nødvendigt at lave tegninger, som håndværkerne bagefter kan bruge til at bygge huset ud fra.

Fra tegning til virkelighed

Vi tager et eksempel med målestoksforholdet: 1:200

Dette betyder at på en tegning er 1 cm det samme som 200 centimeter i virkeligheden.

Hvis man på tegningen måler en væg til at være 12 cm lang, så er den virkelige længde:

$$12 \cdot 200 = 2400 \text{ cm} = 2,4 \text{ m}$$

En mere generel formel:

$$\text{længde} = \frac{\text{mål på tegning} \cdot \text{virkelighed}}{\text{tegning}}$$

Fra virkelighed til tegning

Her tager vi et eksempel med et hus:

Et hus er 15928 mm langt i virkeligheden.

Hvor langt vil huset blive på tegningen, når tegningen er i målestoksforholdet 1:50?

$$\text{Huset er: } \frac{15928}{50} = 318,6 \text{ mm}$$

En mere generel formel:

$$\text{længde} = \frac{\text{mål i virkeligheden} \cdot \text{tegning}}{\text{virkelighed}}$$



Opgave 1

Lav beregninger og udfyld tabellen med de manglende oplysninger.

Målestoksforhold	Tegningsmål	Virkelig mål
1:100	87 mm	
1:20		1,60 m
	23 mm	23 m
1:500	208 mm	
1:1		0,34 m
1:200	143 mm	
	170 mm	8,5 m
1:5		0,750 m
	55 mm	0,55 m

Matematik E-niveau

Opgaver - Målestoksforhold



Opgave 2

Linjerne herunder er tegnet i målestoksforhold. Tag mål med din lineal og skriv målet på strengen. Omregn derefter til virkelige mål.

Målestoksforhold 1:5



=



=

Målestoksforhold 1:10

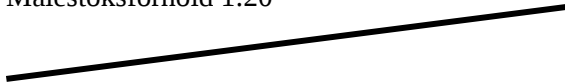


=



=

Målestoksforhold 1:20



=



=

Målestoksforhold 1:50



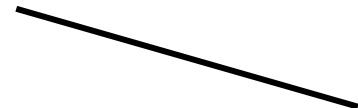
=

Målestoksforhold 1:100



=

Målestoksforhold 1:200



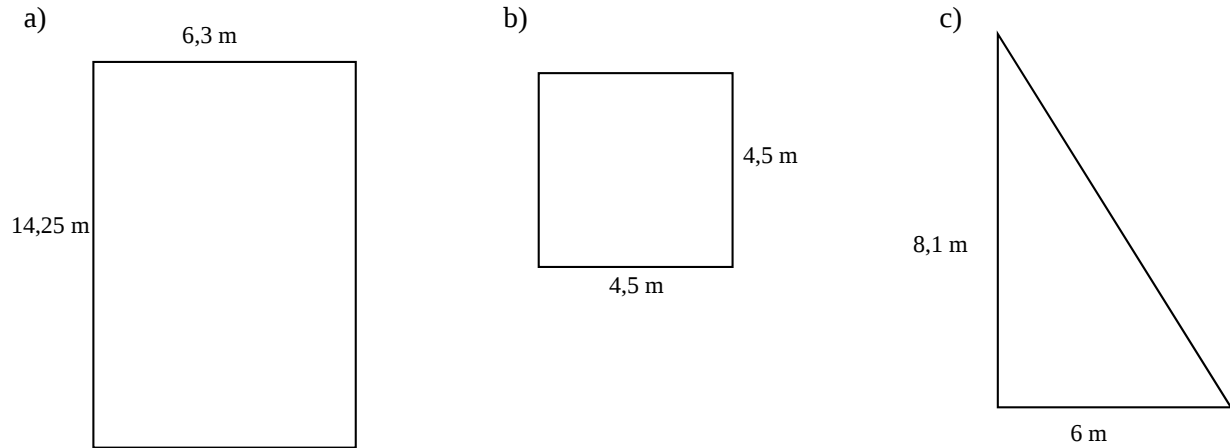
=



Opgave 3

Tegn følgende figurer i målestoksforhold 1:150.

Figurene er kun skitser. Tegn ud fra de angivne mål.



Opgave 4

Udfoldningen af bunden til en madkasse fremstillet i zink ser ud som vist på tegningen.

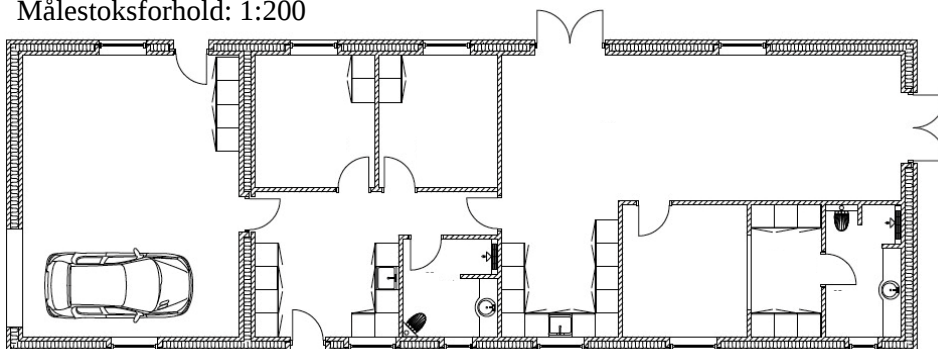
Tegningen er tegnet i målestoksforhold 1:5. Tag mål og tegn udfoldningen i rigtig størrelse på et A3 papir.



Opgave 5

Mål husets udvendige tegningsmål og beregn husets bebyggede areal.

Målestoksforhold: 1:200

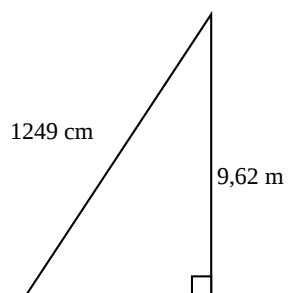
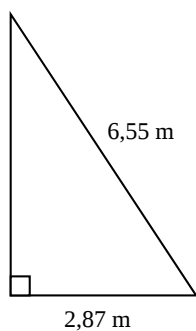
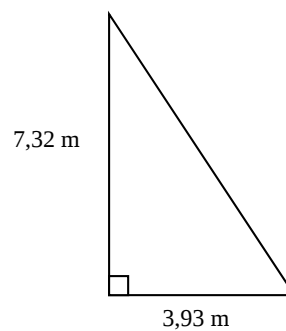
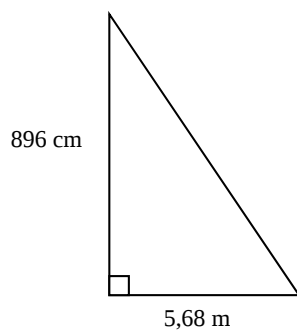
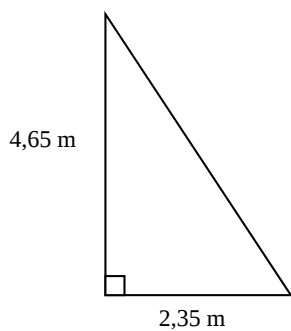




Pythagoras

Opgave 1

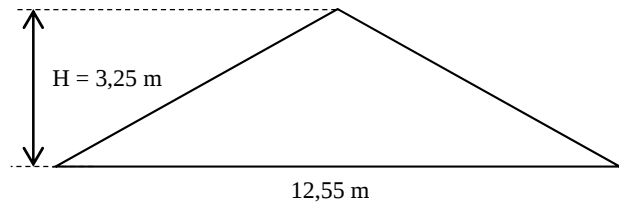
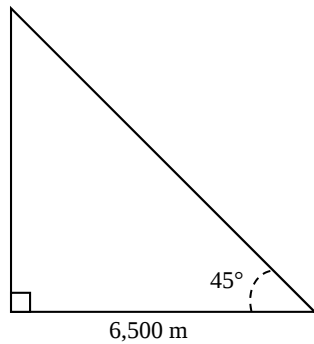
Beregn de manglende længder i følgende trekanter:





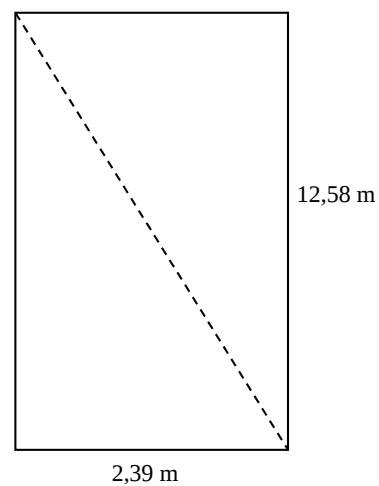
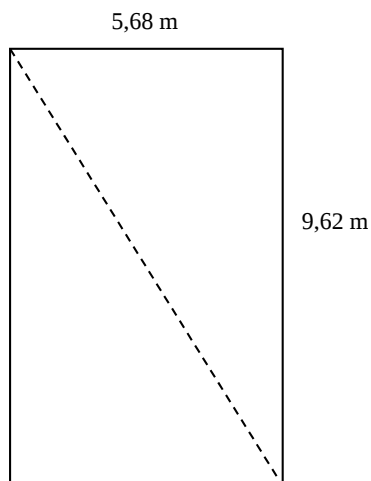
Opgave 2

Beregn manglende længder af følgende trekanter:



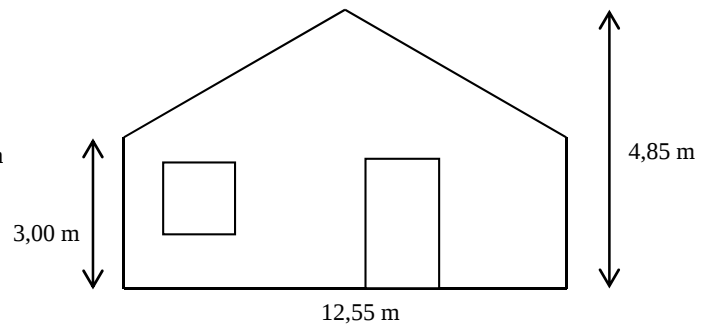
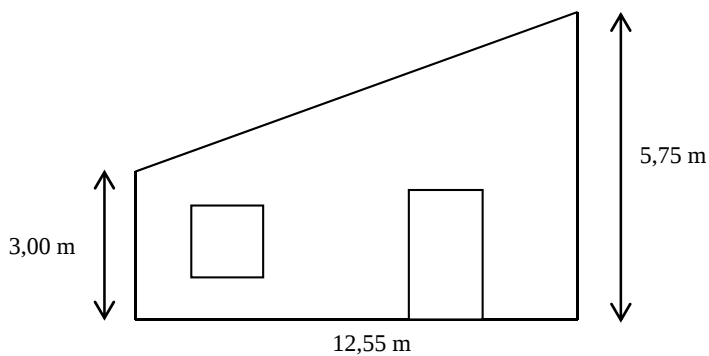
Opgave 3

Beregn diagonalerne i følgende figurer:



Opgave 4

Beregn længden på taghældningen på følgende gavle:





Rumfang og vægt

Opgave 1

Omregn til mm^3 :

a: $7,6 \text{ cm}^3$

b: 13 cm^3

c: $0,5 \text{ L}$

d: 8 L

e: $0,003 \text{ m}^3$

f: $0,05 \text{ m}^3$

Opgave 2

Omregn til cm^3 :

a: 2500 mm^3

b: 40 mm^3

c: 6 L

d: $0,8 \text{ L}$

e: 3 m^3

f: $0,25 \text{ m}^3$

Opgave 3

Omregn til L:

a: 64000 mm^3

b: 8600 mm^3

c: 4500 cm^3

d: 75 cm^3

e: $1,7 \text{ m}^3$

f: $0,75 \text{ m}^3$

Opgave 4

Omregn til m^3 :

a: 60500000 mm^3

b: 7900000 mm^3

c: 25000 cm^3

d: 6700 cm^3

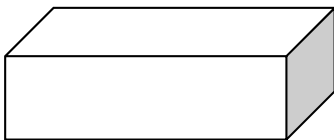
e: 1550 L

f: 90 L

Opgave 5

Beregn rumfanget af en mursten i cm^3

Beregn vægten af en mursten.



Længde: $22,8 \text{ cm}$

Bredde: $10,8 \text{ cm}$

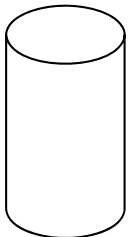
Højde: $5,4 \text{ cm}$

Massefylde: $1,75 \text{ g/cm}^3$

Opgave 6

Beregn rumfanget i cm^3 og liter

Beregn vægten i kg



Radius 15 cm

Højde 120 cm

Massefylde $2,2 \text{ g/cm}^3$

Opgave 7

Zinkplade

Beregn rumfang og vægt af pladen



Længde 100 cm

Bredde 200 cm

Godstykkelse $0,065 \text{ cm}$

Massefylde $7,2 \text{ g/cm}^3$

Opgaver - Rumfang og vægt



Opgave 8

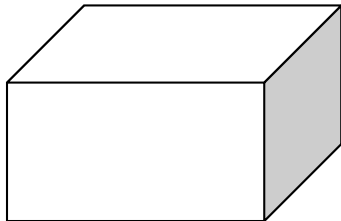
Beholder med form som en kasse

Beregn beholderens rumfang.

Længde: 50 cm

Bredde: 40 cm

Højde: 30 cm



I beholderen er der 25 liter vand.

Hvor højt står vandet i beholderen?

Opgave 9

Omregn til g:

a: 4,3 kg

b: 11 kg

c: 0,5 t

d: 0,025 t

Opgave 10

Omregn til kg:

a: 2500 g

b: 90 g

c: 6 t

d: 0,8 t

Opgave 11

Omregn til t:

a: 780000 g

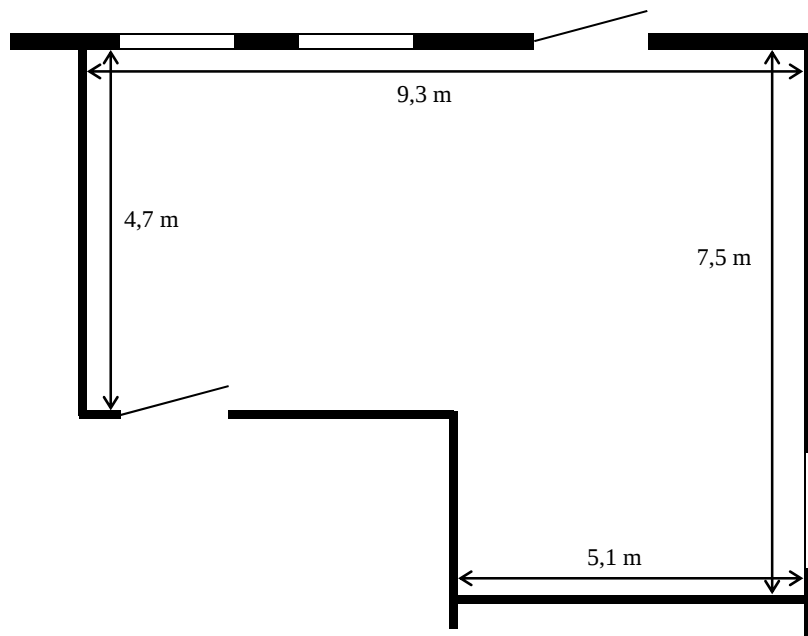
b: 8600 g

c: 3900 kg

d: 850 kg

Opgave 12

En stue har mål som vist på skitsen her under. Væggene har en højde på 2,3 m. Beregn rumfanget af stuen.





Procent

Opgave 1

- a) Beregn 10 % af 360 kr.
- b) Beregn 20 % af 530 kr.
- c) Beregn 50 % af 800 kr.
- d) Beregn 18 % af 450 kr.
- e) Beregn 78 % af 345 kr.
- f) Beregn 135 % af 250 kr.

Opgave 2

En vare koster 250 kr. Den stiger med 13 %.

- a) Beregn den nye pris.

Opgave 3

En vare koster normalt 465 kr. Den sælges på udsalg med en rabat på 20 %.

- a) Beregn varens nye pris.

Opgave 4

En vare koster 15,96 kr. ekskl. moms.

- a) Beregn moms i kr.
- b) Beregn salgsprisen inkl. moms i kr.

Der gives 15 % i rabat.

- c) Beregn prisen med rabat.

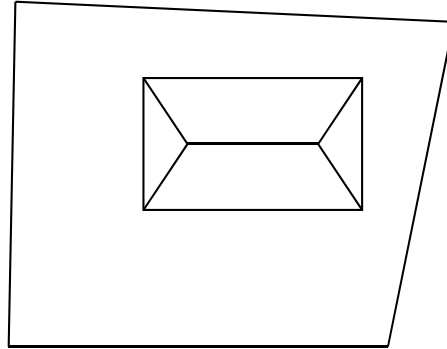
Opgave 5

Salgspris for en vare er 2000 kr. inkl. moms.

- a) Beregn moms i kr.
- b) Beregn salgsprisen ekskl. moms i kr.

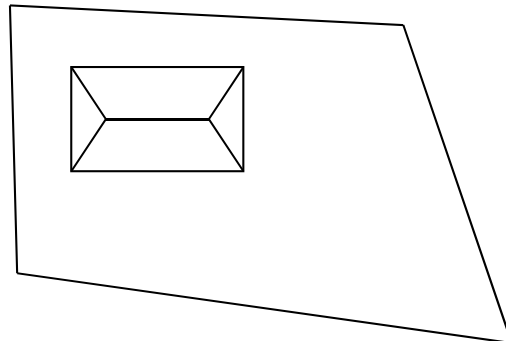
Opgave 6

Et hus har et udvendigt areal på 153 m^2 . Det udgør 24,3 % af den grund det er bygget på, hvor stor er grunden?



Opgave 7

På en 755 m^2 stor grund er bygget et hus. Grunden har en bebyggelsesprocent på 19,56 %. Hvor stort er huset?

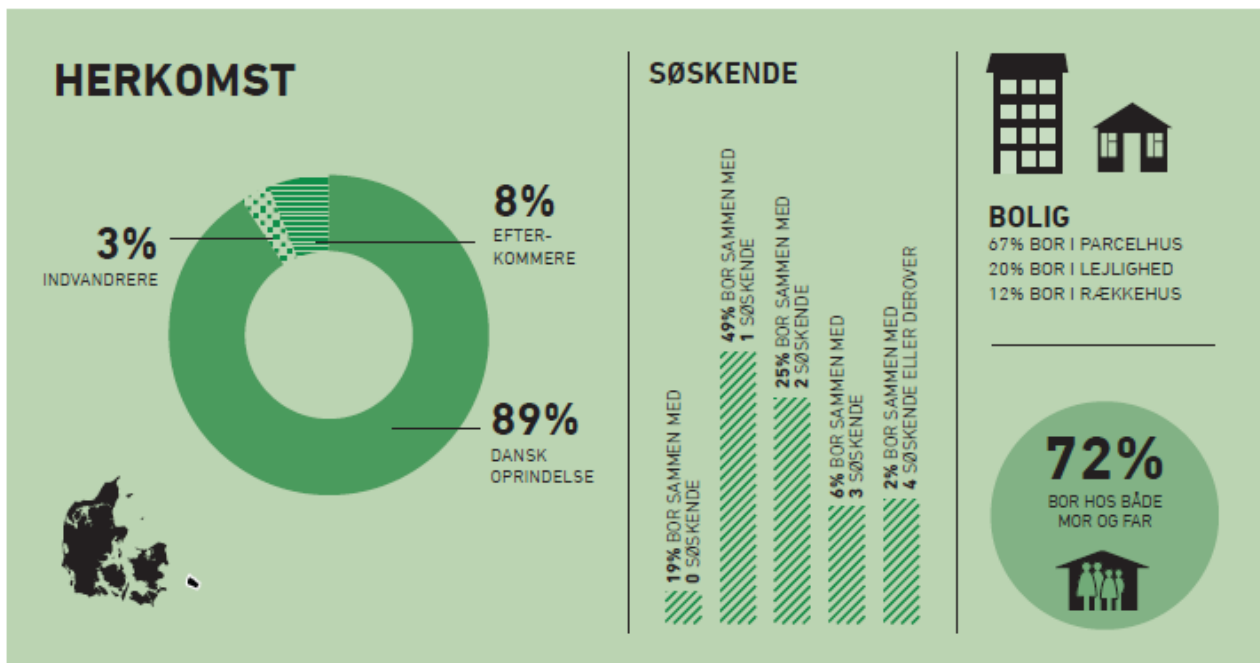
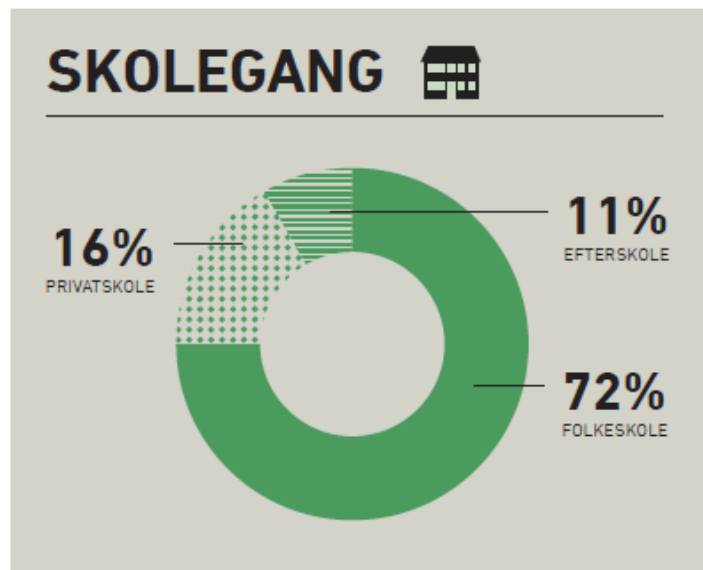


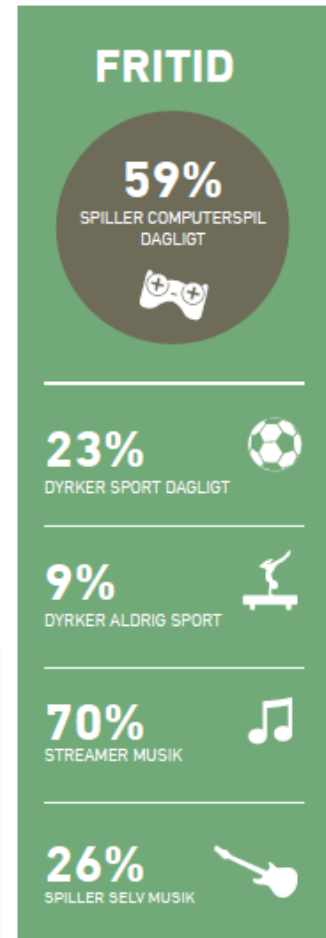
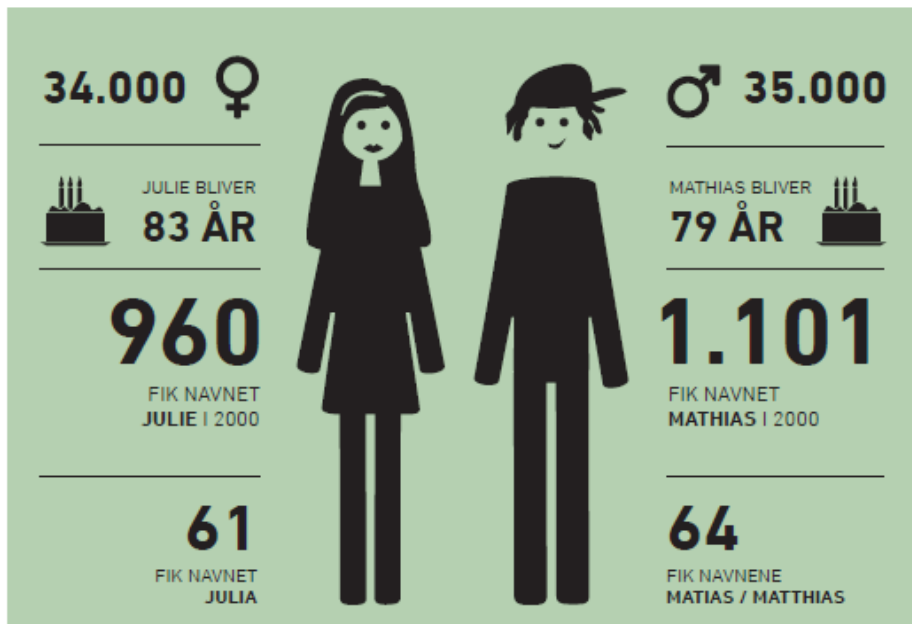


Opgave 8

Brug tallene her under og på næste side til denne opgave. (Kilde: "Danmark i tal 2015", udgivet af Danmarks Statistik)

- Beregn hvor mange procent af pigerne der hedder Julie.
- Beregn hvor mange procent af drengene der hedder Mathias.
- Hvor mange procent af årgang 2000 er drenge?
- Hvor mange fra årgang 2000 bor i lejlighed?
- Hvor mange fra årgang 2000 bor sammen med 4 eller flere søskende?
- Hvor mange fra årgang 2000 streamer musik?







Opgave 9

Når man låner penge skal der ofte betales renter for lånet. Renterne udgør som regel en procentdel af det lånte beløb, som altså skal lægges oven i når pengene betales tilbage.

- a) Hvor meget skal der betales tilbage hvis der lånes 500 kr. med en rente på 2 %?
- b) Hvor meget skal der betales tilbage hvis der lånes 3400 kr. med en rente på 5 %?
- c) Hvor meget skal der betales tilbage hvis der lånes 50.000 kr. med en rente på 7,5 %?
- d) Hvor meget skal der betales tilbage hvis der lånes 1.300.000 kr. med en rente på 3,5 %?

Opgave 10

Når man sætter penge i banken for at spare dem op får man renter af det beløb der står på kontoen. Renterne lægges oven i det beløb du har sat ind på kontoen. Når renterne er tilskrevet kommer der altså flere penge på kontoen.

- a) Hvad står der på kontoen når renterne er tilskrevet, hvis du indsætter 2000 kr. og får 1,5 % i rente?
- b) Hvad står der på kontoen når renterne er tilskrevet, hvis du indsætter 20.000 kr. og får 3 % i rente?
- c) Hvad står der på kontoen når renterne er tilskrevet, hvis du indsætter 15.000 kr. og får 5 % i rente?
- d) Hvad står der på kontoen når renterne er tilskrevet, hvis du indsætter 70.000 kr. og får 2,25 % i rente?

Opgave 11

Når man snakker om renter er det vigtigt at se på hvor ofte renterne tilskrives da der også tilskrives renter af renterne. Dette kaldes renters rente.

- a) Der indsættes 30.000 kr. på en konto hvor der tilskrives 8 % i renter pr. år. Hvad står der på kontoen efter ét år?
- b) På en anden konto indsættes der også 30.000 kr. Her tilskrives der 2 % i rente hvert kvartal. Hvad står der på kontoen efter ét år?
- c) Hvilken konto giver den bedste rente?



Geometri - tegning

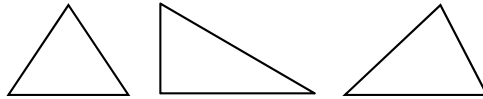
Opgave 1

Beregn gradsummer i:

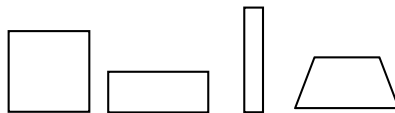
Cirkel: _____



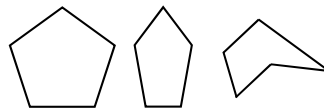
Trekant: _____



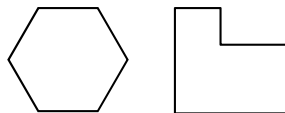
Firkant: _____



Femkant: _____

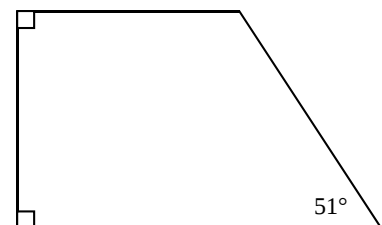
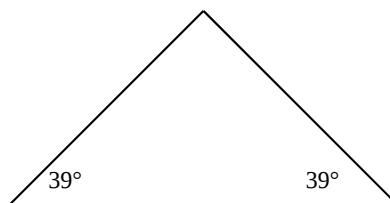
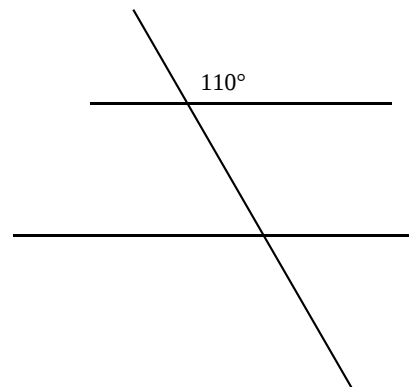
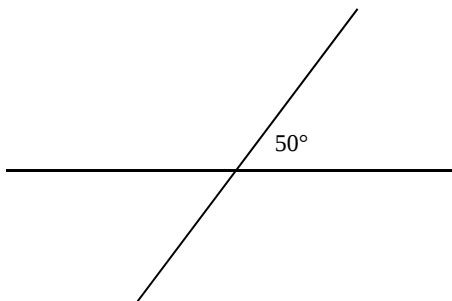


Sekskant: _____



Opgave 2

Beregn de manglende vinkler.



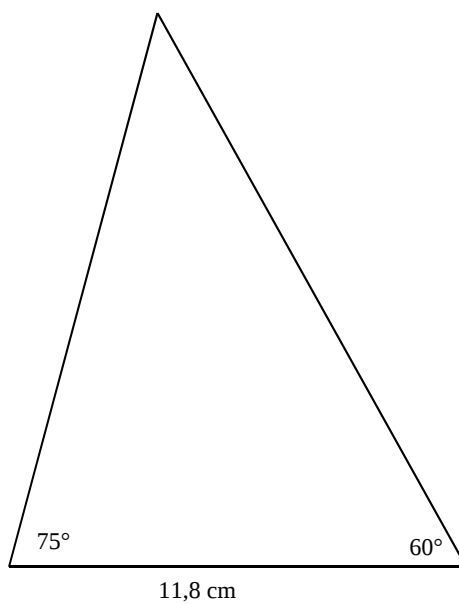
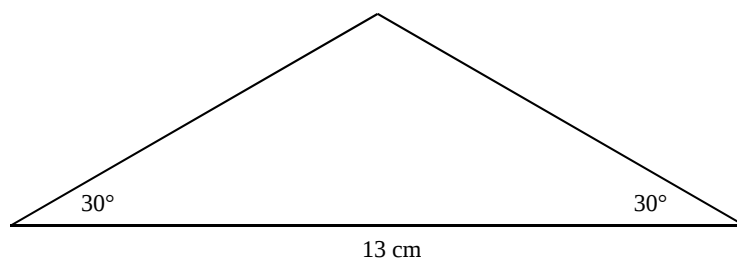


Opgave 3

TEGN følgende trekanter ved hjælp af passer og lineal.

MÅL sider og højde.

BEREGN den manglende vinkel.





Trigonometri

Lav evt. en skitse af trekanten herunder:

Opgave 1

I en retvinklet trekant er siden $a = 8$ cm
og hypotenusen $c = 13$ cm.
Beregn siden b og vinklerne A og B .

Opgave 2

I en retvinklet trekant er vinkel $B = 17,87^\circ$
og hypotenusen 19 cm.
Beregn vinkel A og de to kateter.

Opgave 3

I en retvinklet trekant er siden $b = 6$ cm
og siden $c = 15$ cm.
Beregn siden a og vinklerne A og B .

Opgave 4

I en retvinklet trekant er vinkel $B = 34^\circ$
og hypotenusen 23 cm.
Beregn vinkel A og kateterne.

Opgave 5

I en retvinklet trekant er kateterne a og b
henholdsvis 6,7 m og 3,4 m
Beregn hypotenusen og vinkel A og B .

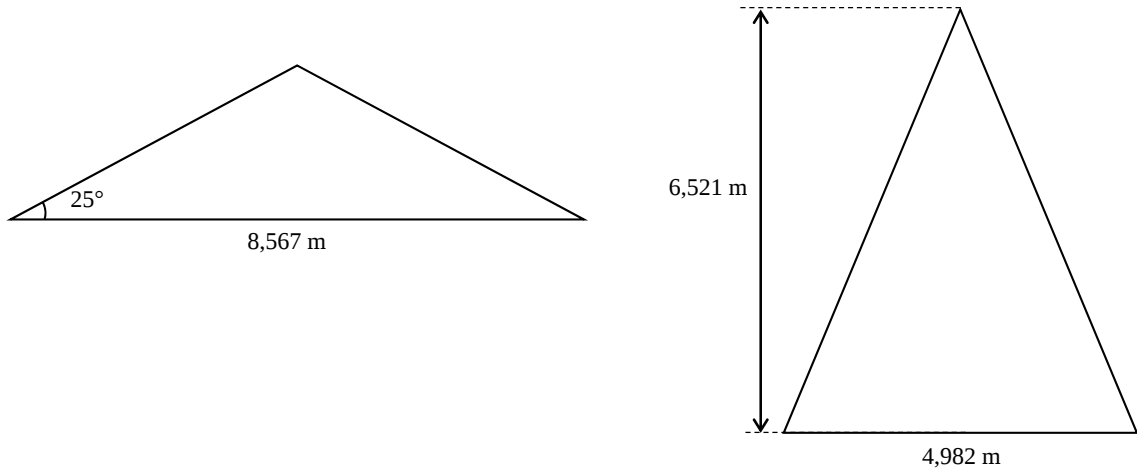
Opgave 6

I en retvinklet trekant er vinkel $B = 13,45^\circ$
og siden b 12 cm.
Beregn de manglende vinkler og sider.



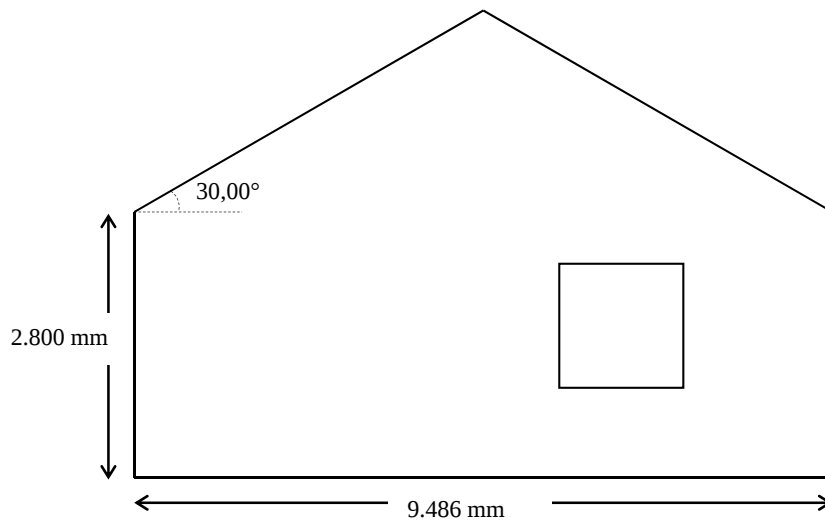
Opgave 7

Beregn alle længder og vinkler af disse symmetriske figurer:



Opgave 8

Målskitse af gavl:



Vindue: Bredde: 1.212 mm
 Højde: 1.212 mm

Beregn arealet af gavlen.

Gavlen skal males tre gange. En liter maling rækker $6,5 \text{ m}^2$. Hvor mange liter maling skal der bruges til at male gavlen?

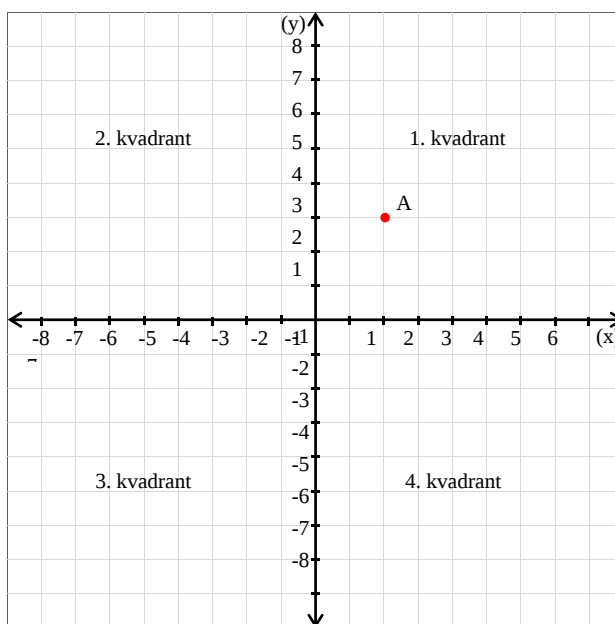


Funktioner

I disse opgaver kommer du til at arbejde en del med at tegne funktioner i koordinatsystemer. Dette kan tage en del tid. Du kan med fordel arbejde med funktionerne i programmet GeoGebra. GeoGebra er gratis og kan downloades til både PC og Mac på www.geogebra.org.

Koordinatsystemet

Koordinatsystemet består af to tallinjer, der står vinkelret på hinanden. De to tallinjer kaldes også for akser og normalt skærer de to akser hinanden gennem nul-punkterne. Dette punkt kaldes origo. Den vandrette akse kaldes ofte x-aksen og den lodrette akse y-aksen. Aksernes skæring deler koordinatsystemets plan i fire dele, som man kalder for 1., 2., 3. og 4. kvadrant.



Når et punkt i koordinatsystemet skal beskrives, gøres det ved først at angive den vandrette talværdi (x-værdi) og derefter den lodrette talværdi (y-værdi).

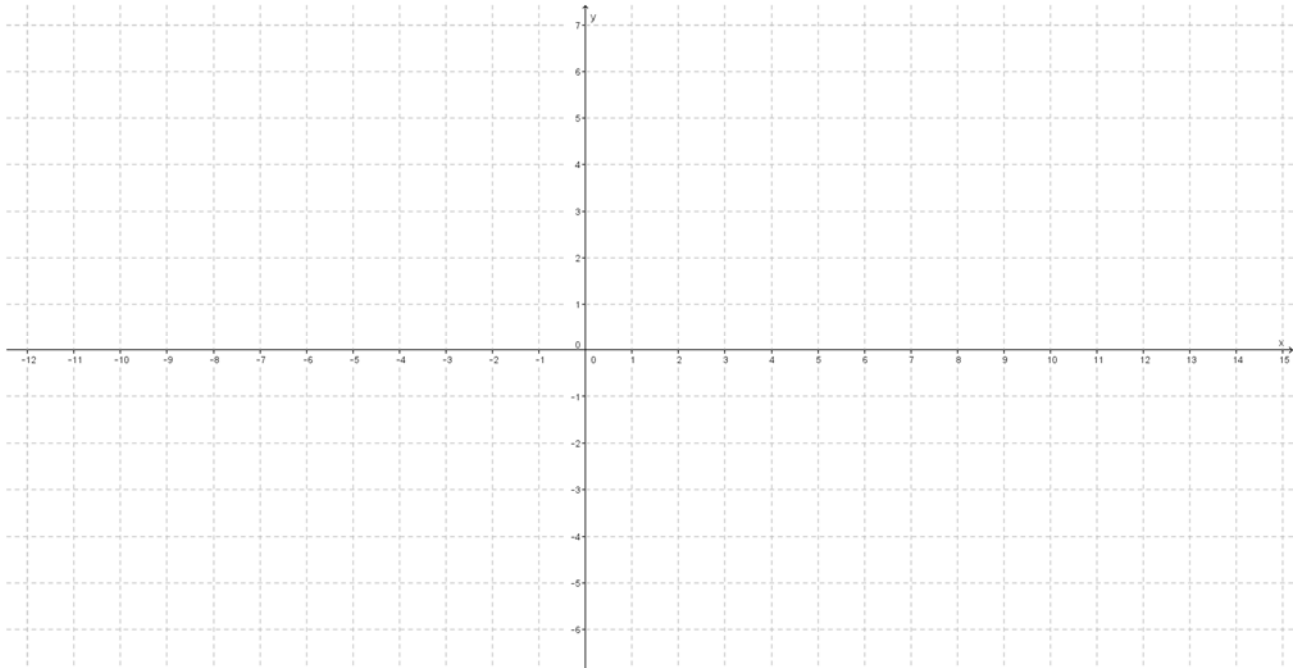
Punkt A's betegnes således: $A(x,y) = (2,3)$



Opgave 1

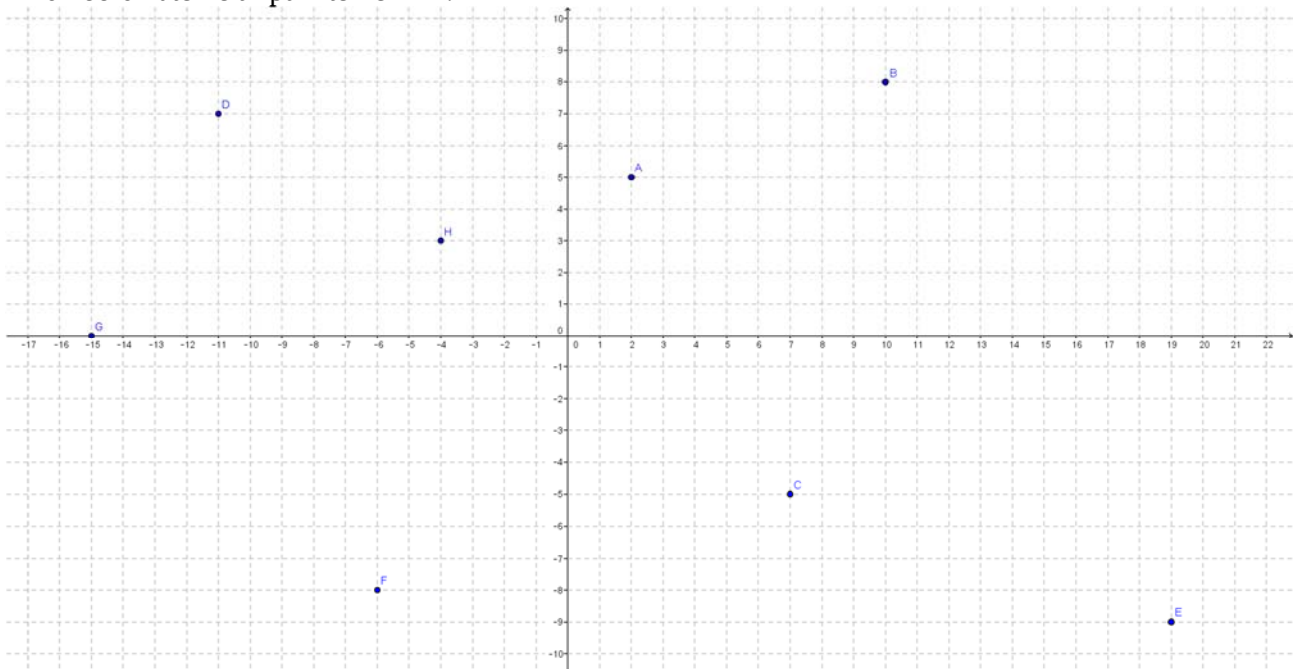
Indtegn følgende punkter i koordinatsystemet her under:

A (2,7) B (4,4) C (12,3) D (-3,5)
E (-10,2) F (4,-5) G (-10,-4) H (8,-3)



Opgave 2

Find koordinaterne til punkterne A-H.





Proportional funktion

Proportional funktion betyder, at hvis x ændrer sig, så ændrer y sig i samme forhold. Man betegner også disse funktioner som ligefrem proportionale.

Grafen for en proportional funktion er en ret linje, som går igennem $(0,0)$.

En proportional funktion har forskriften:

$$y = a \cdot x$$

eller på den mere "korrekte" måde:

$$f(x) = a \cdot x$$

Eksempel

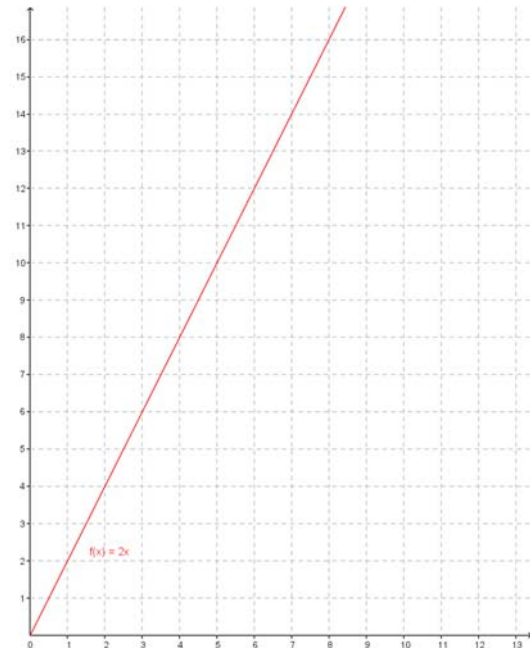
Hvis 1 stk. chokolade koster 2 kr., så koster 2 stk. 4 kr.,
3 stk. 6 kr. osv.

Dette kan skrives som den proportionale funktion:

$$f(x) = 2 \cdot x \quad \text{eller} \quad f(x) = 2x$$

Formlen fortæller, at den samlede pris ($f(x)$) vokser med 2 kr., hver gang antallet (x) vokser med 1 stk..

I resten af afsnittet bruges kun $f(x)$, men hvis det forvirrer, så tænk på det som y .





Opgave 3

En købmand sælger fredag og lørdag vej-selv-slik til 5,95 kr. pr. 100 g.

- a) Udfyld tabellen her under.

Antal g	0	100	200	300	400	500	600
Pris i kr.							

- b) Tegn ud fra tallene i tabellen en graf i et koordinatsystem, hvor x-aksen er antal 100 g og y-aksen er prisen i kr.
- c) Hvad koster 900 g slik?
Markér dit svar i koordinatsystemet.
- d) Hvor mange gram slik kan du købe for 40 kr.?
Markér dit svar i koordinatsystemet.
- e) Forklar i hvilket kvadrant grafen giver mening og hvorfor.

Opgave 4

En tankstation sælger én liter 95 oktan benzin til 10,34 kr.

- a) Udfyld tabellen her under.

Antal liter	0	5	10	15	20	25	30
Pris i kr.							

- b) Tegn ud fra tallene i tabellen en graf i et koordinatsystem, hvor x-aksen er antal liter og y-aksen er prisen i kr.
- c) Hvad koster 22 liter benzin?
Markér dit svar i koordinatsystemet.
- d) Hvor mange liter benzin kan du købe for 200 kr.?
Markér dit svar i koordinatsystemet.
- e) Forklar i hvilket kvadrant grafen giver mening og hvorfor.



Opgave 5

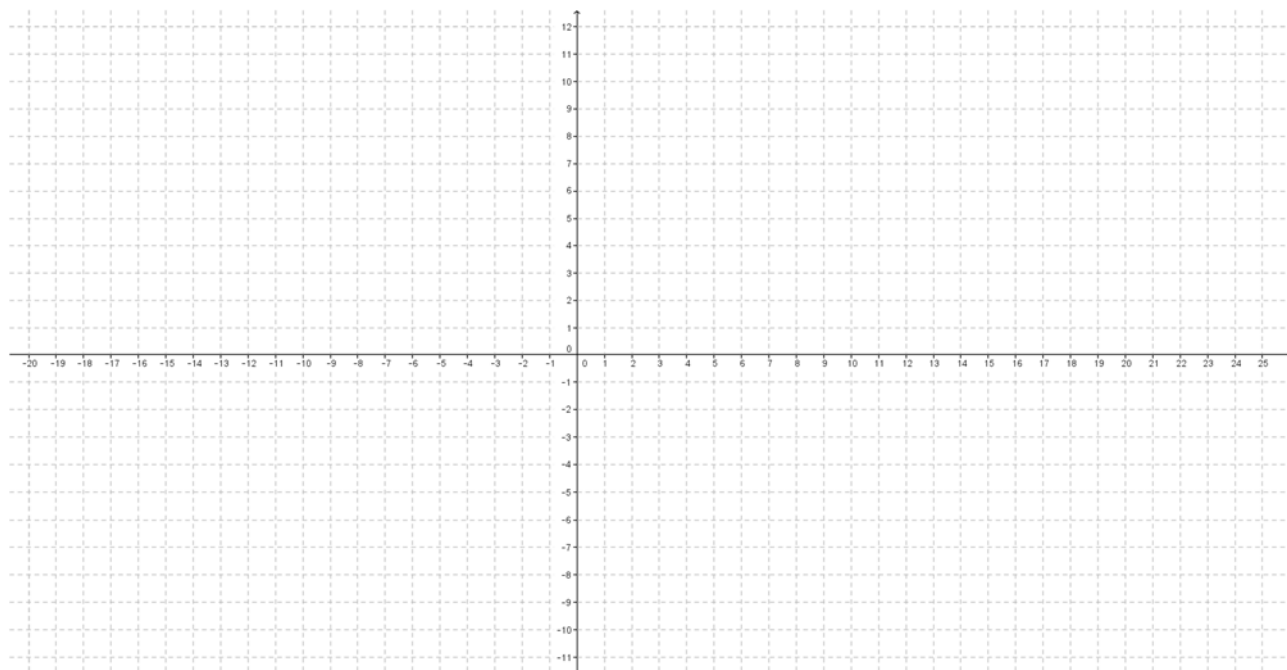
Tegn i et koordinatsystem graferne for følgende funktioner.

a) $f(x) = 2x$

b) $f(x) = 4x$

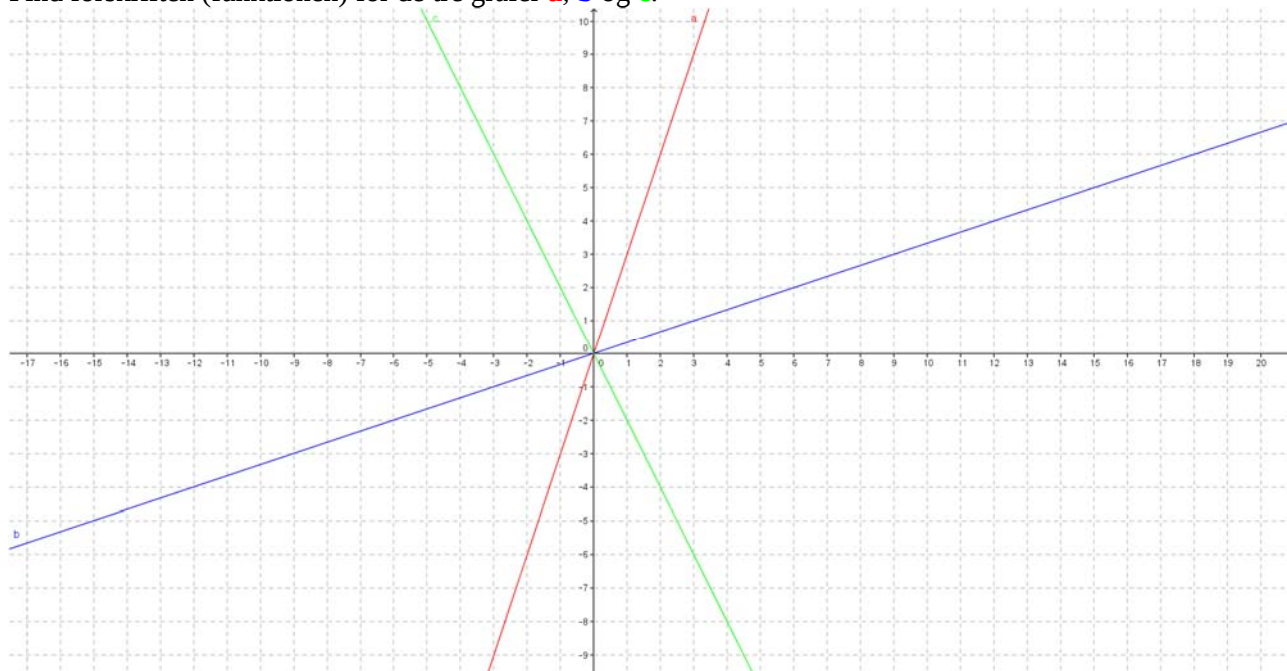
c) $f(x) = -3x$

d) $f(x) = \frac{1}{2}x$



Opgave 6

Find forskriften (funktionen) for de tre grafer **a**, **b** og **c**.





Lineær funktion

En lineær funktion har denne forskrift:

$$f(x) = a \cdot x + b \quad \text{eller} \quad f(x) = ax + b$$

Betydningen af a

a kaldes også for hældningskoefficienten. Hældningskoefficienten afgør funktionens hældning, altså om den er stigende eller aftagende. Dette kaldes også funktionens monoton (opførsel).

$a < 0$: Funktionen er aftagende.

$a > 0$: Funktionen er stigende.

$a = 0$: Funktionen er konstant.

Betydningen af b

b afgør funktionens skæring med y-aksen. Den rette linje skærer altså y-aksen i punktet med koordinaterne: (0,b).

$b < 0$: funktionen skærer y-aksen i et negativt tal ($f(x) = ax - b$).

$b > 0$: funktionen skærer y-aksen i et positivt tal ($f(x) = ax + b$).

$b = 0$: funktionen er ligefrem proportional, og grafen går igennem punktet (0,0) ($f(x) = ax$).

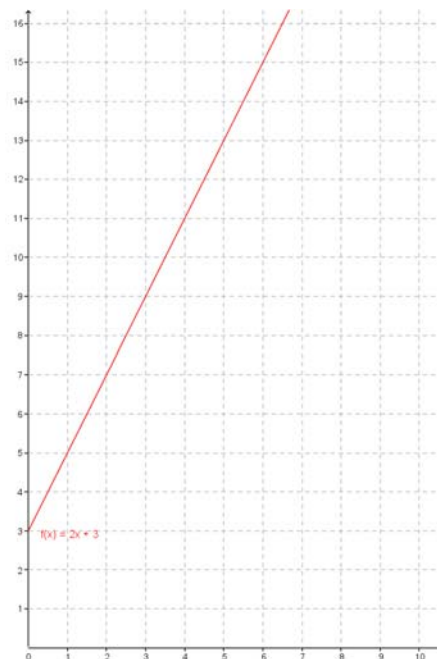
Eksempel

Hvis du skal købe chokolade og du skal købe en pose til at have det i også. Posen koster 3 kr. og skal kun købes én gang. Chokoladen koster 2 kr. pr. styk.

1 styk chokolade koster altså 2 kr. plus 3 kr., så koster 2 styk 4 kr. plus 3 kr., 3 styk 6 kr. plus 3 kr. osv.

Dette kan skrives som den lineære funktion:

$$f(x) = 2 \cdot x + 3 \quad \text{eller} \quad f(x) = 2x + 3$$





Opgave 7

En mester skal i forbindelse med en firmatur leje en bus. Han får følgende to tilbud:

Bennys Busser	Byens Rejser
3 kr. pr. km 200 kr. i startgebyr	2 kr. pr. km 300 kr. i startgebyr

a) Udfyld tabellen her under.

Antal km	0	20	40	60	80	100	120
Bennys Busser							
Byens Rejser							

- b) Tegn en graf for begge busselskaber i samme koordinatsystem.
- c) Hvor krydser grafer hinanden?
- d) Mesteren har beregnet turen til at være 95 km. Hvilket busselskab er billigst?
- e) Forklar i hvilket kvadrant grafen giver mening og hvorfor.

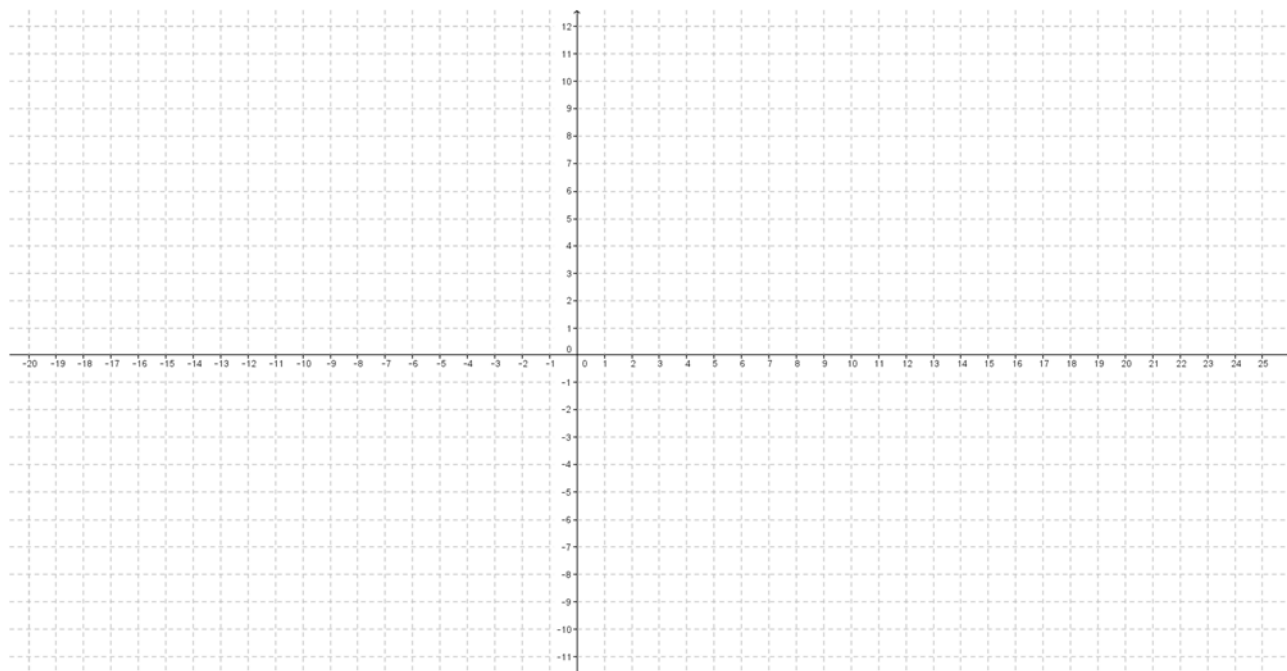


Opgave 8

Tegn i koordinatsystemet graferne for følgende funktioner.

a) $f(x) = 2x + 4$

b) $f(x) = 3x - 2$

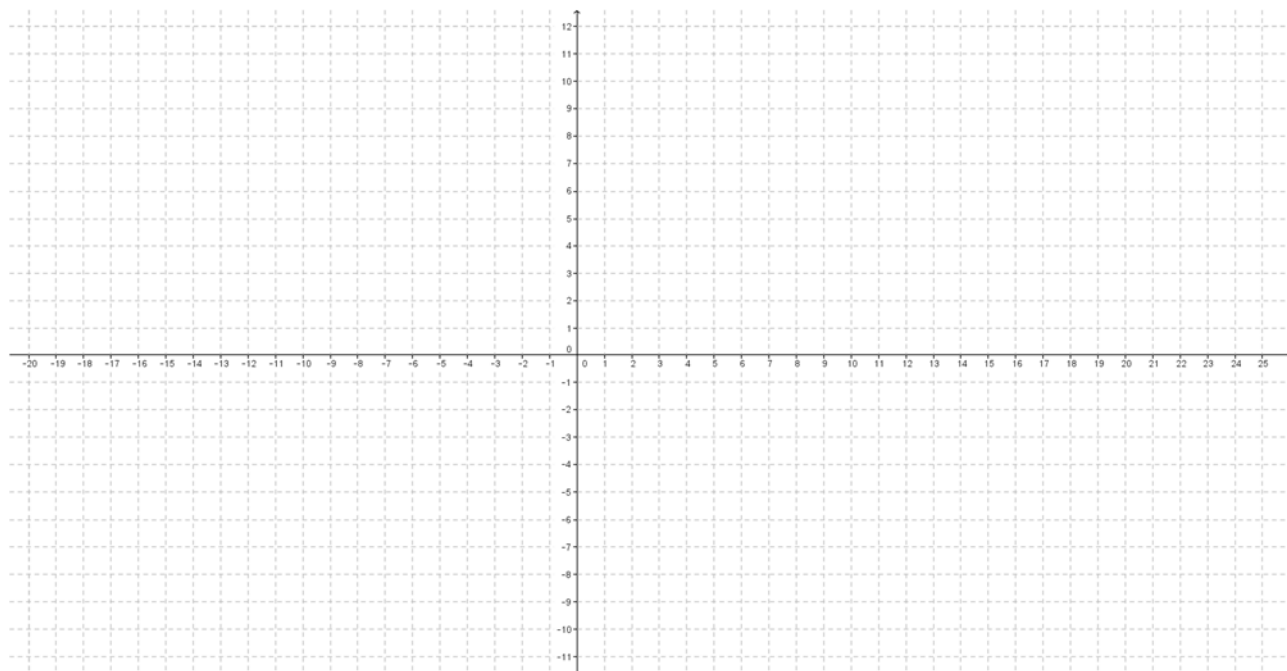


Opgave 9

Tegn i koordinatsystemet graferne for følgende funktioner.

a) $f(x) = -2x + 3$

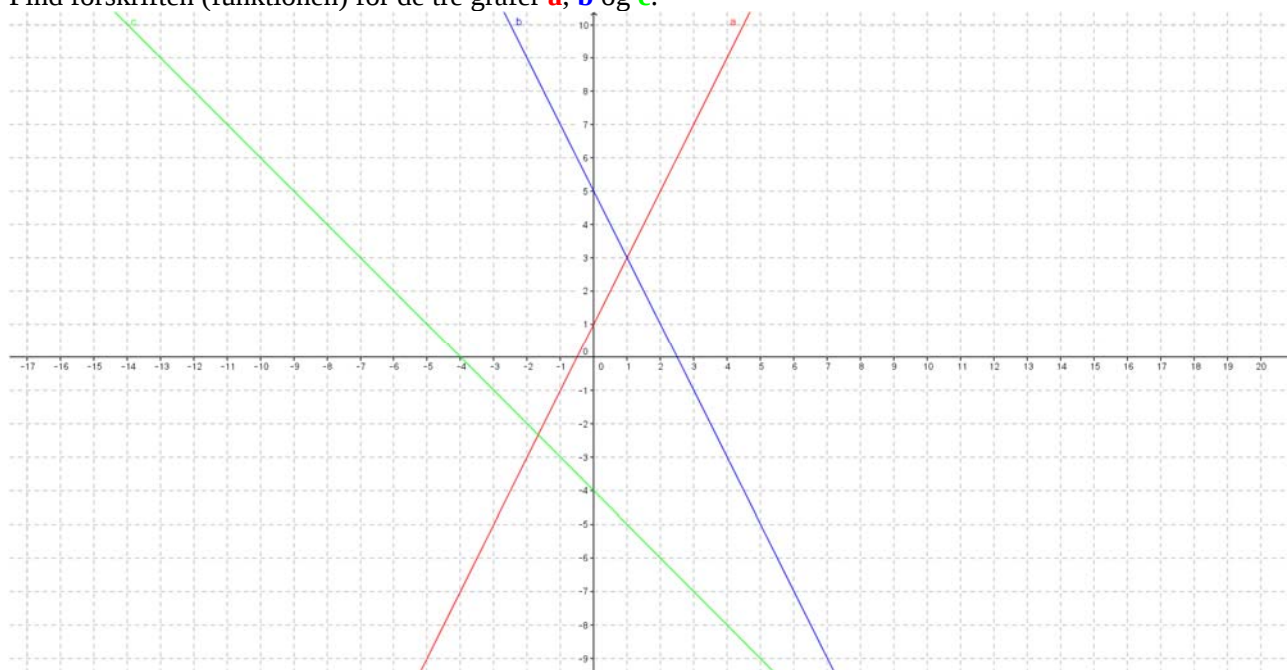
b) $f(x) = -x - 2$





Opgave 10

Find forskriften (funktionen) for de tre grafer **a**, **b** og **c**.





Omvendt proportional funktion

En omvendt proportional funktion har forskriften:

$$f(x) = \frac{k}{x}$$

k kaldes for proportionalitetskonstanten.

Ved omskrivning fås:

$$k = x \cdot y$$

Det vil sige, at x og y ganget sammen, giver det samme tal altså k.

Eksempel

Du skal bygge en indhegning til dine høns.

Indhegningen skal være rektangulær og have en størrelse på 30 m².

Vi vil du beregne hvilken længde indhegningen skal have.

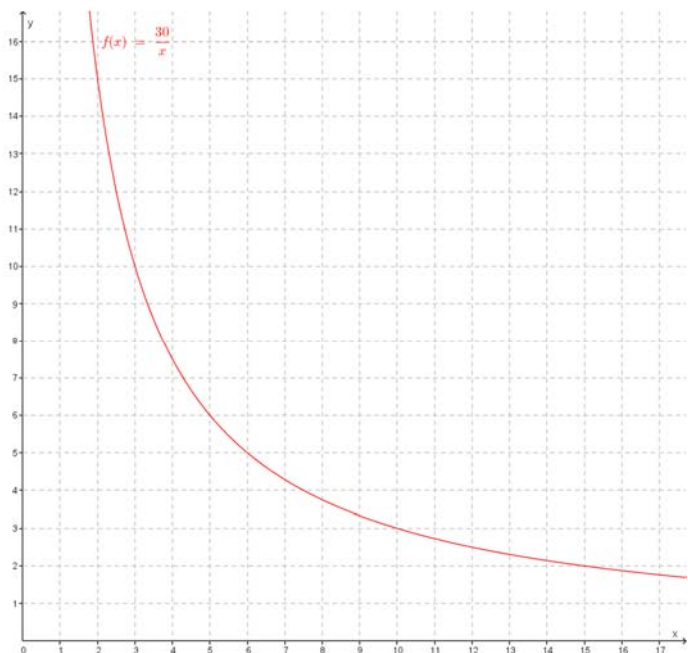
Vi omskriver formelen for arealet af et rektangel til:

$$l = \frac{A}{b}$$

I en funktion hvor f(x) er længden og x er bredden giver dette:

$$f(x) = \frac{30}{x}$$

Grafen for en omvendt proportional funktion kaldes en hyperbel.



Betydningen af k

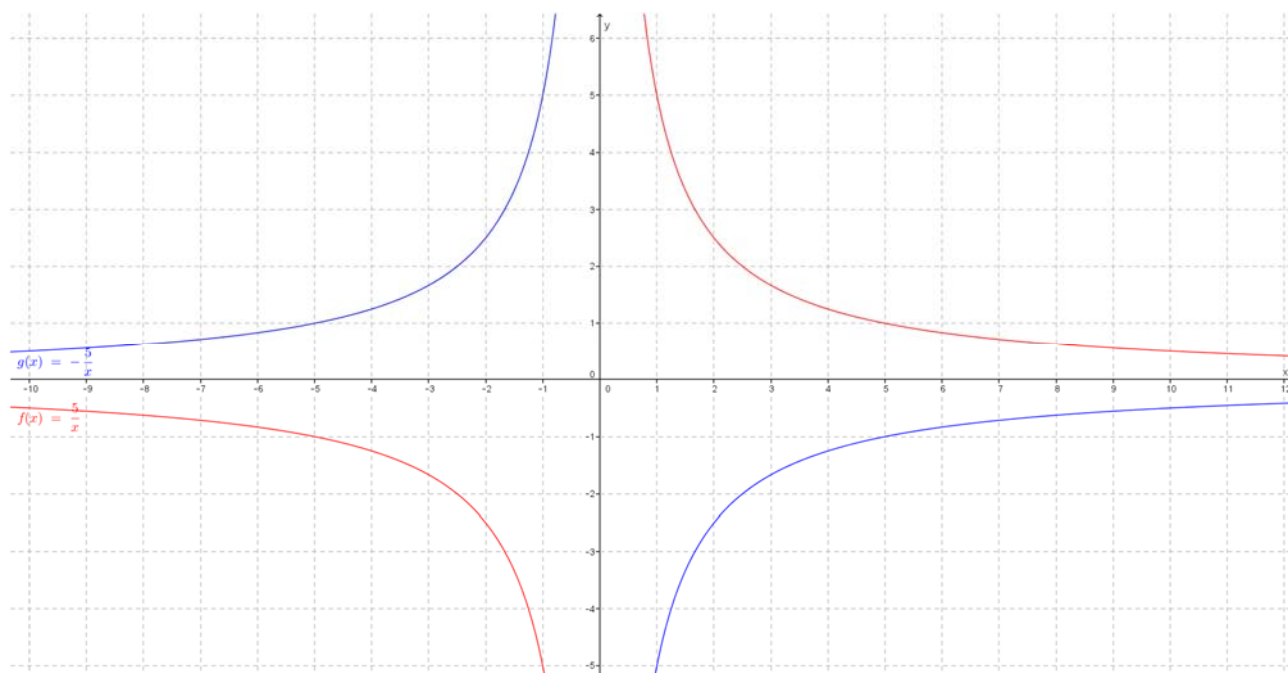
Jo tættere k kommer på 0, desto tættere kommer grafen på (0,0), men k må ikke være 0, da man ikke kan dividere med 0.

$k > 0$: Hvis x er positiv, er y positiv. Hvis x er negativ er y negativ.

$k < 0$: Hvis x er positiv, er y negativ. Hvis x er negativ er y positiv.



En omvendt proportional funktion giver to grafiske løsninger.



Disse er dog ikke altid mulige i praksis. I eksemplet med indhegningen til høns er det ikke muligt at bygge med en negativ længde. Derfor bruges kun den ene løsning.

Hvis:

$k > 0$: Ligger hyperblen i 1. og 3. kvadrant.

$k < 0$: Ligger hyperblen i 2. og 4. kvadrant.



Opgave 11

Hugo kører fra Horsens til Højby – en strækning på 250 km.

- a) Hvor lang tid tager turen, hvis man kører med en gennemsnitshastighed på:
Udfyld tabellen her under:

Hastighed (km/t)	25 km/t	50 km/t	100 km/t	150 km/t
Tid (t)				

- b) Angiv forskriften (funktionen) for sammenhængen mellem hastighed og køretid, når x er hastigheden (i km/t) og y er køretiden (i timer).
- c) Tegn den grafiske løsning af funktionen.
- d) Forklar hvornår graferne giver mening og hvorfor.

Opgave 12

En motionist vil gerne beregne hvor lang tid han er om at løbe sin sædvanlige tur på 10 km ved forskellige hastigheder.

- a) Hvor lang tid tager turen, hvis man kører med en gennemsnitshastighed på:
Udfyld tabellen her under:

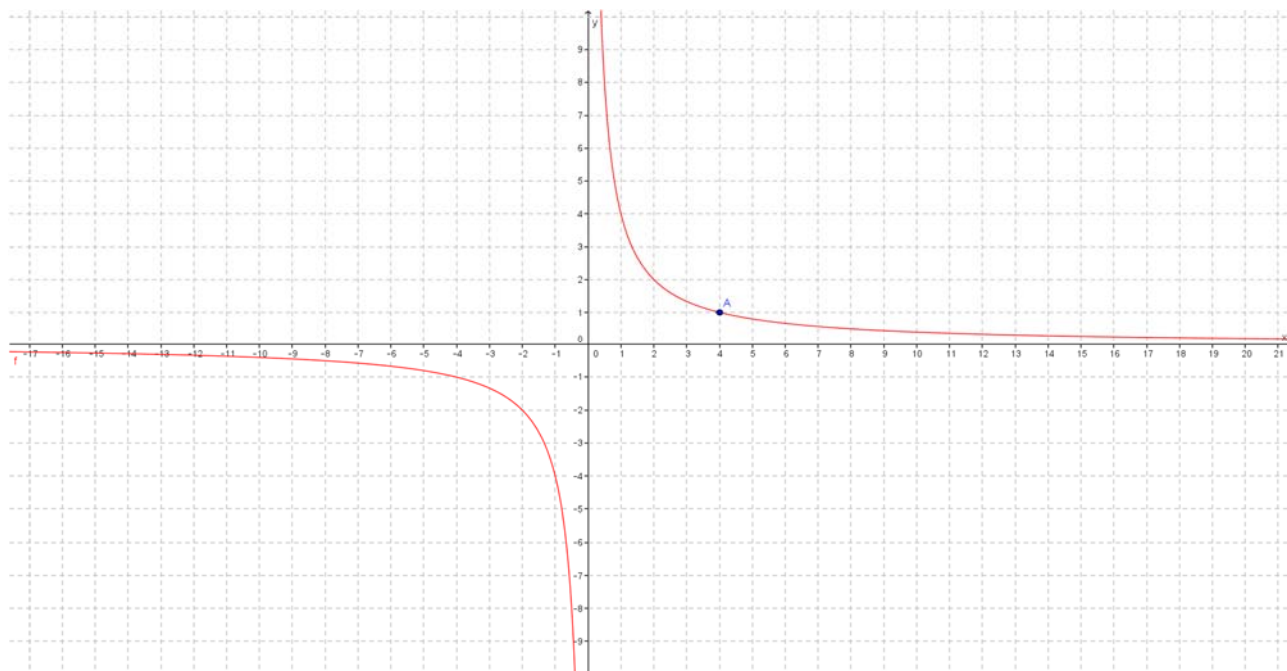
Hastighed (km/t)	5 km/t	7 km/t	10 km/t	12 km/t
Tid (t)				

- b) Angiv forskriften (funktionen) for sammenhængen mellem hastighed og løbetid, når x er hastigheden (i km/t) og y er tiden (i timer).
- c) Tegn den grafiske løsning af funktionen.
- d) Hvilken gennemsnitshastighed skal han holde for at løbe de 10 km på 1,5 timer?
Markér dit svar på grafen.
- e) Hvis han løber med en gennemsnitshastighed på 14 km/t hvor lang tid tager turen så?
Markér dit svar på grafen.
- f) Forklar hvornår graferne giver mening og hvorfor.



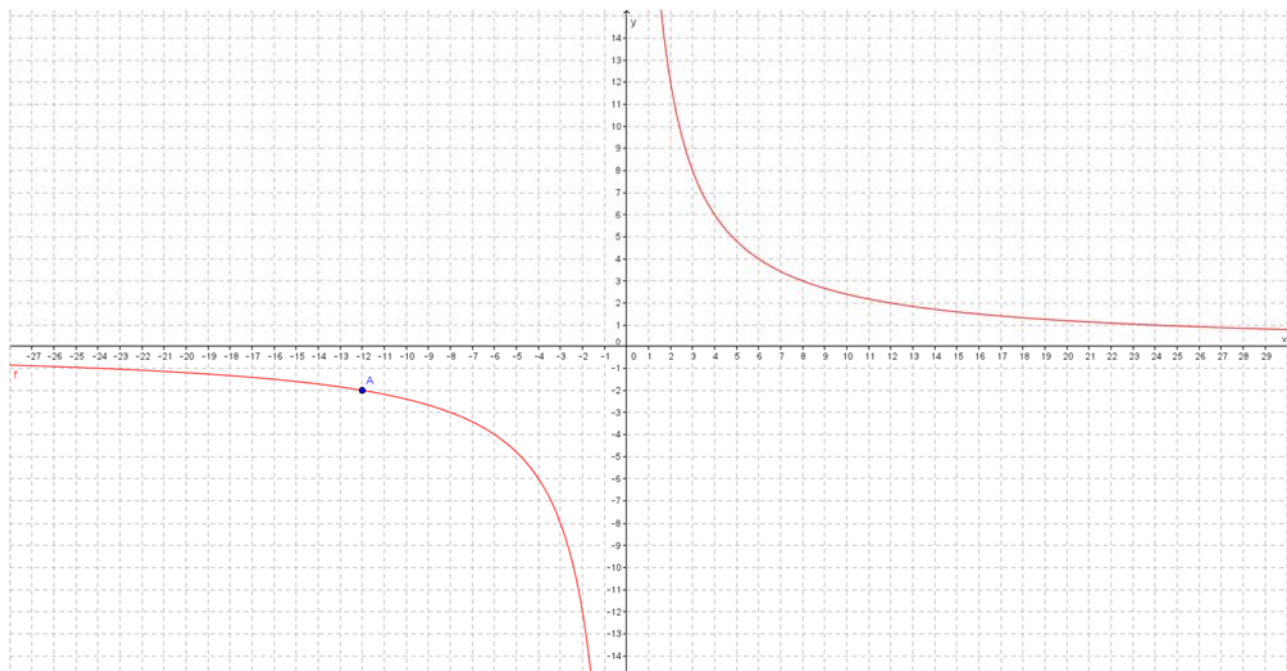
Opgave 13

Find forskriften til de viste hyperbler, når du får oplyst punkt $A = (4,1)$.



Opgave 14

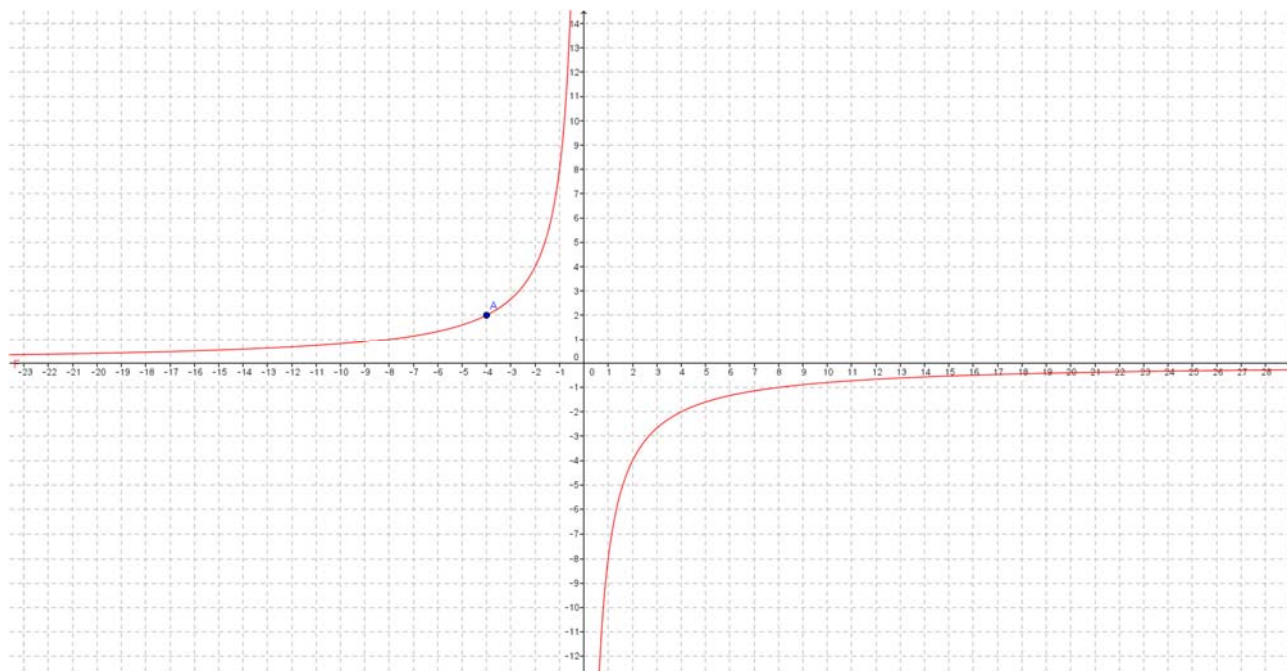
Find forskriften til de viste hyperbler, når du får oplyst punkt $A = (-12,-2)$.





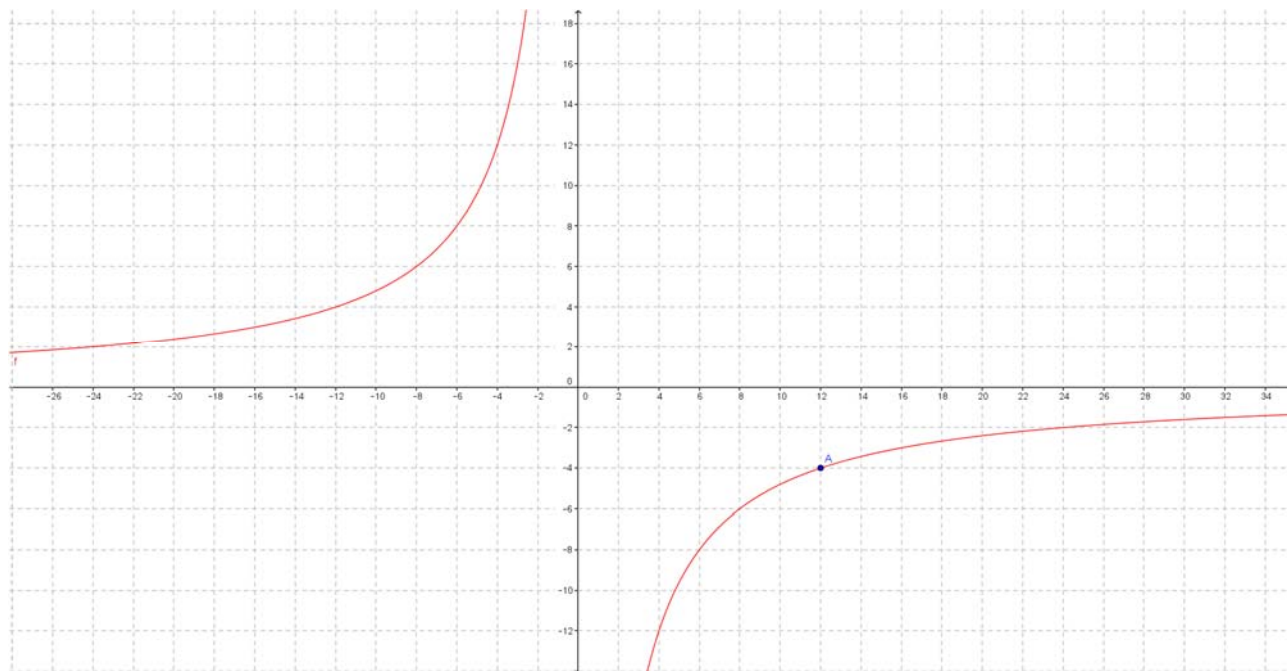
Opgave 15

Find forskriften til de viste hyperbler, når du får oplyst punkt $A = (-4, 2)$.



Opgave 16

Find forskriften til de viste hyperbler, når du får oplyst punkt $A = (12, -4)$.



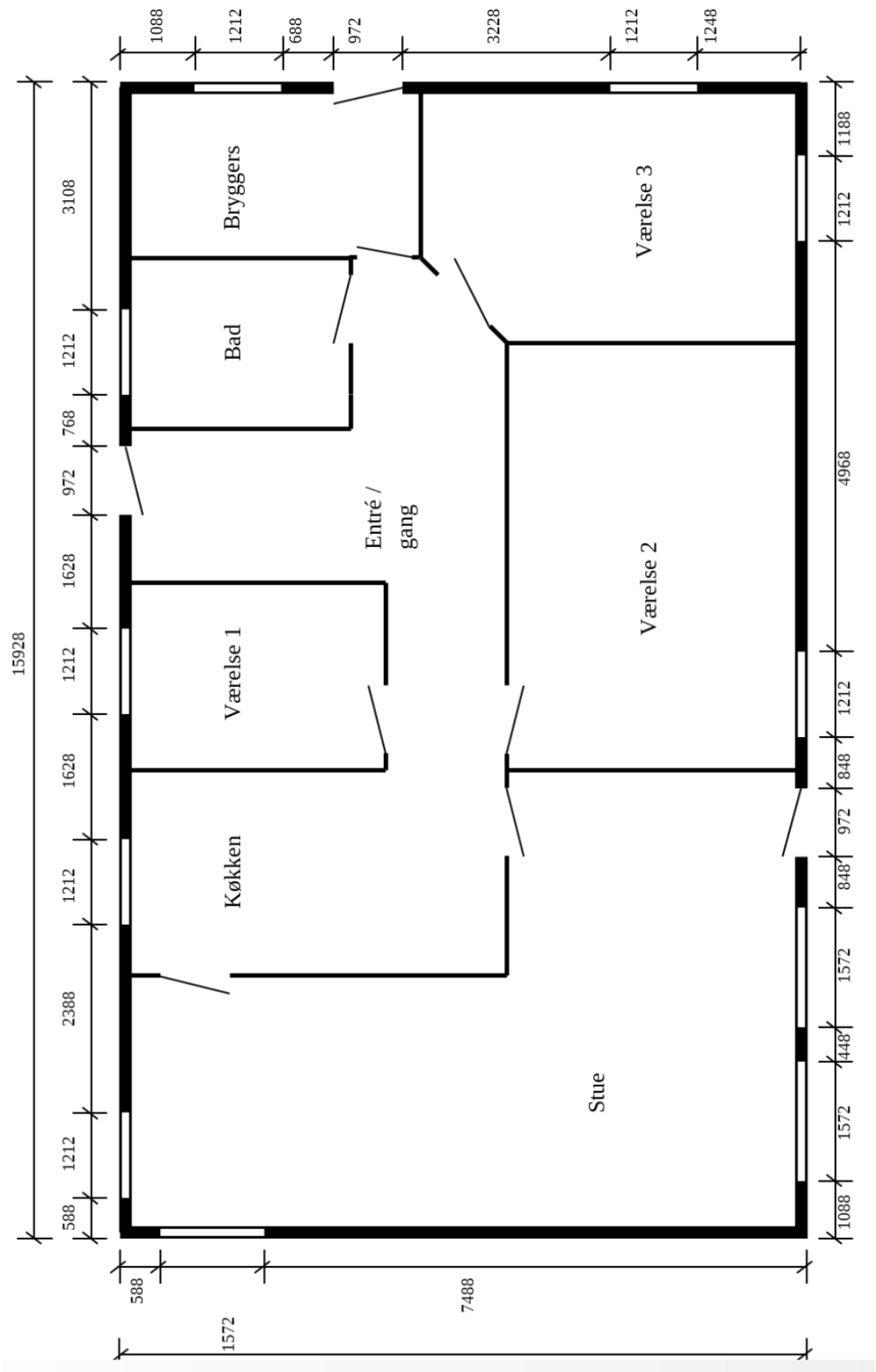


Husprojekt





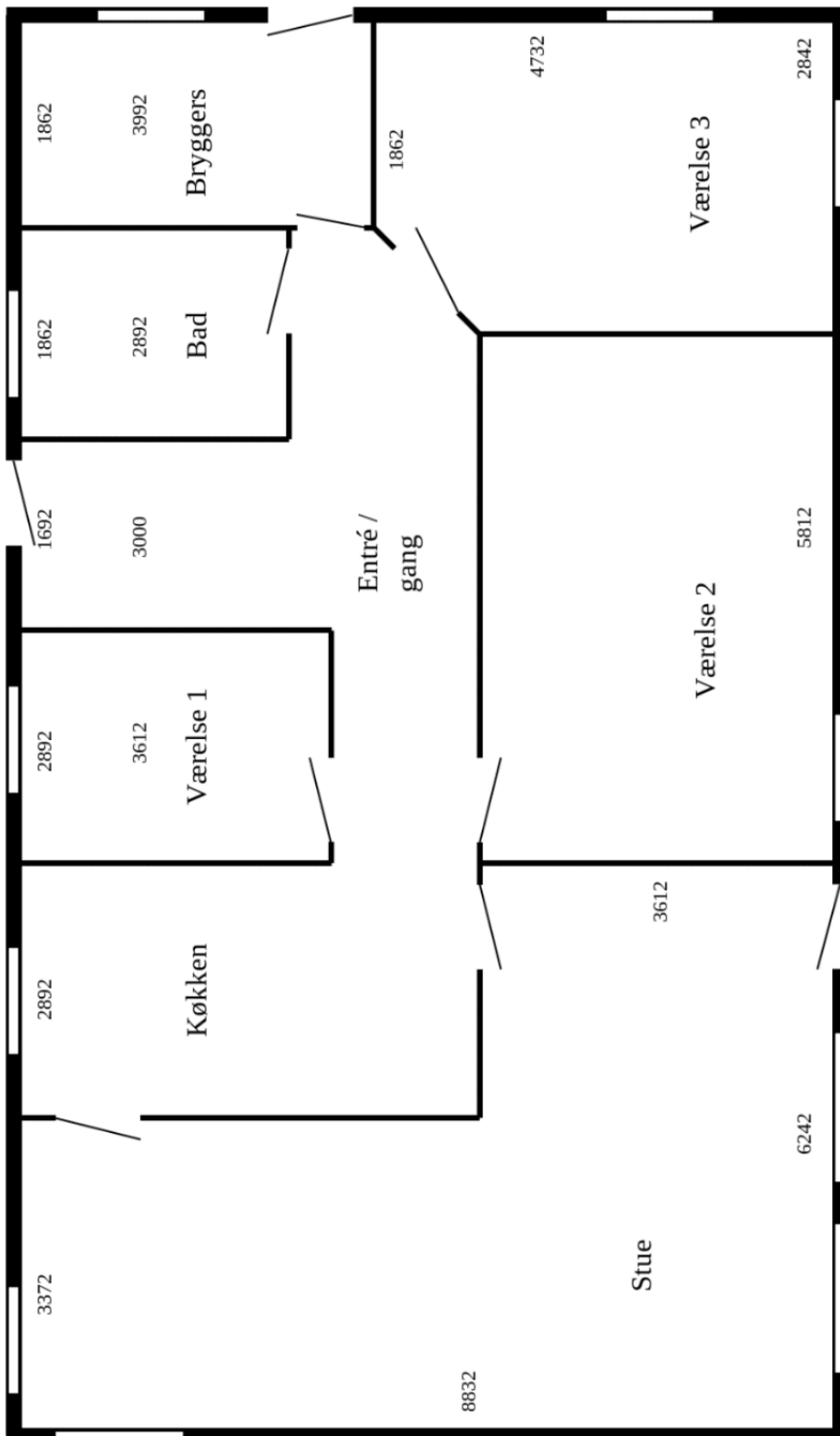
MÅLSKITSE af husets udvendige mål:
Alle mål i mm





MÅLSKITSE af husets indvendige mål:

Alle mål i mm



Ydermur: 408 mm tyk

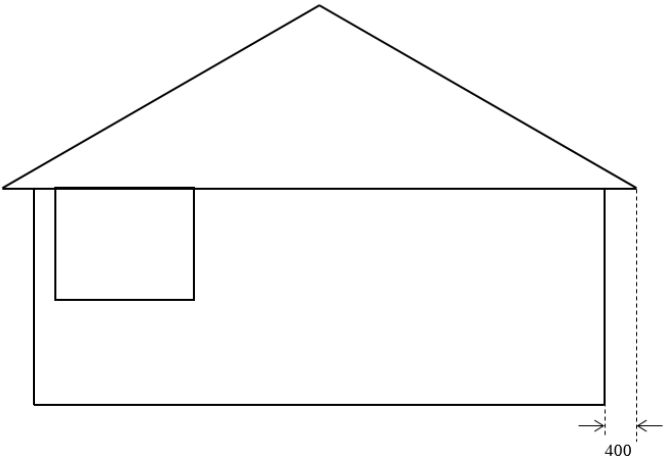
Indervægge: 108 mm tyk og 2300 mm høj

Vinduer: Alle vinduer er 1312 mm høje, dog er badeværelsesvinduet kun 612 mm højt.

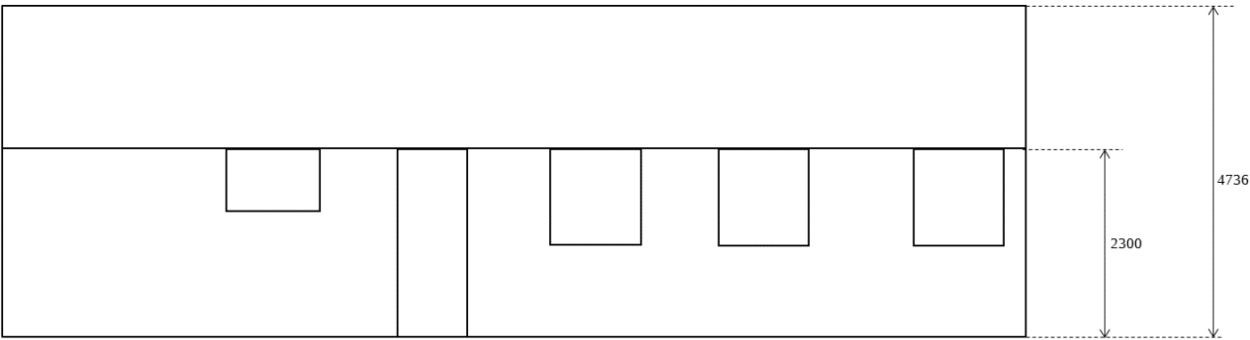
Døre: alle døre er 2150 mm høje og indvendige døre er 850 mm bredde



SKITSE af gavl:
Alle mål i mm



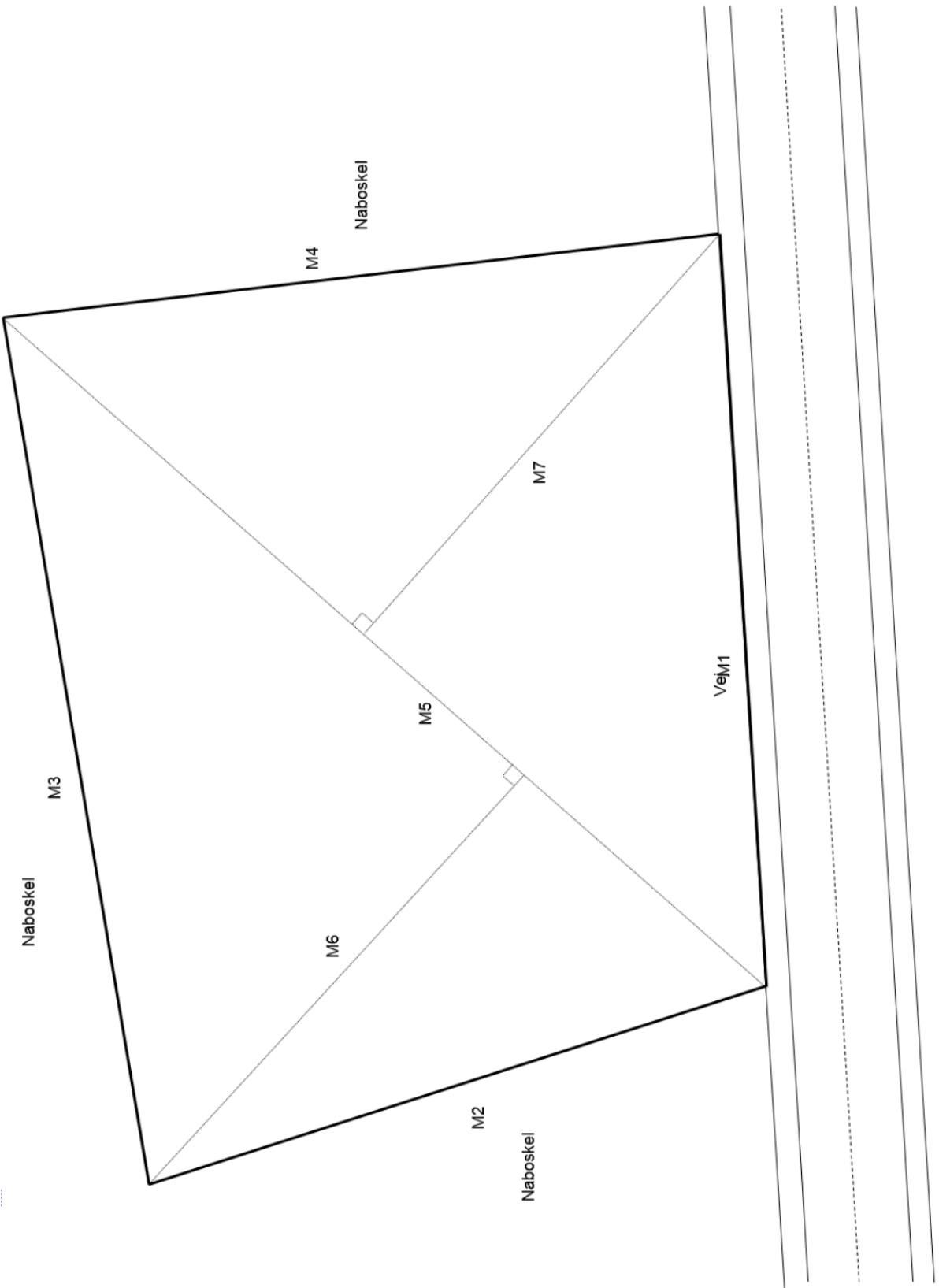
SKITSE af gavl:



Alle mål i mm



Byggegrund
Målestok 1 : 250





Opgave 1

En dag Jens er på skole vil han købe frokost i skolens kantine. Han har 35 kr. med og køber dagens ret og æbler for resten af pengene.

Du skal finde ud af, hvor mange æbler han får.

- f) Hvilken af disse ligninger kan bruges?

$$35 + x = 20 - 5 \quad \text{eller} \quad 20 + 5 \cdot x = 35$$

- g) Løs den rigtige ligning og find antal æbler.

Skolekantinen

Dagens ret 20 kr.

Sandwich..... 16 kr.

Æbler..... 5 kr.

Blommer 2 kr.

Dagen efter har Jens 30 kr. med til at købe frokost for, så han beslutter at købe en sandwich og blommer for resten af pengene.

Du skal finde ud af, hvor mange blommer han får.

- h) Skriv en ligning som kan bruges, når x er antal blommer.

- i) Løs ligningen og find antal blommer.

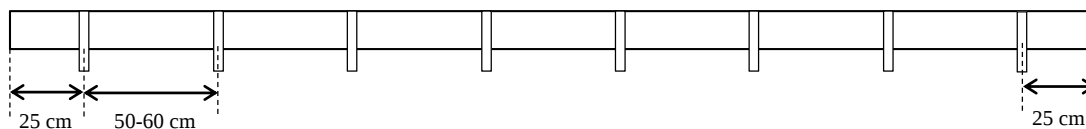
Opgave 2

- Beregn husets bebyggede areal
- Beregn beboelsesarealet (inden for ydermurene)
- Tegn grunden på A3 papir i passende målestoksforhold (så stor som muligt)
- Afsæt huset på grunden i samme målestok

Opgave 3

Der skal sættes tagrender op på huset.

- Beregn hvor mange plader zink der skal bruges, når der bruges 10" tagrende med tilsnit 250 mm (hele plader).
- Beregn hvor mange rendejern der skal bruges når du får at vide af din mester, at du skal starte 25 cm inde fra kanten og afstanden mellem rendejernene skal være den samme, og ligge mellem 50 og 60 cm. HUSK der arbejdes med centerafstande.

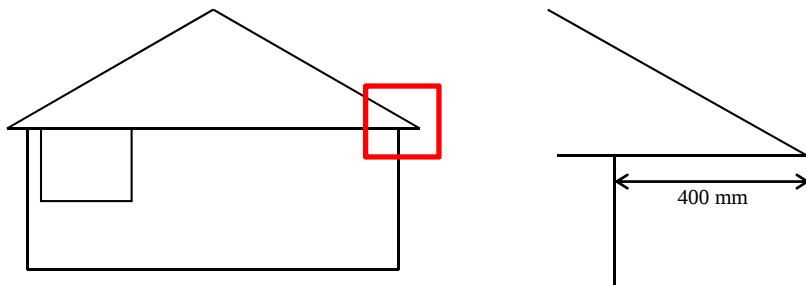




Opgave 4

Brug målene på de første skitsetegninger af huset.

- a) Beregn arealet af taget, når du ved der skal være udhæng på 400 mm i begge sider.



- b) Tegn den trekantede del af gavlen i passende målestok og mål tagets hældningsvinkel.
- c) Beregn hvor mange skifersten der skal bruges til taget, brug tabellen her under.

Taghældning	Antal pr. m ²
45°	12,6
40°	12,8
35°	13,1
30°	13,3
25°	13,6
20°	13,9



Opgave 5

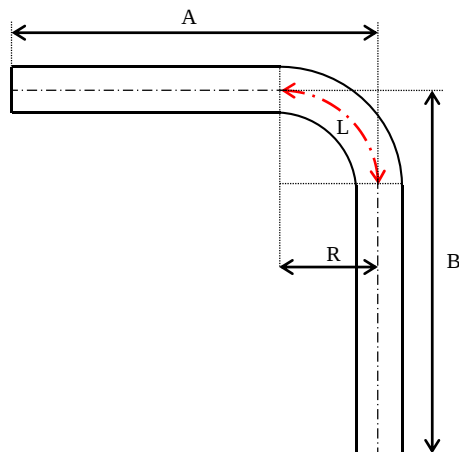
Beregn rumfang (vandmængde) og vægt af følgende rør når du får oplyst at massefylden for stål er $7,83 \text{ g/cm}^3$. Aflæs de nødvendige mål i tabellen.

a)

Dimension: $\frac{1}{2}$ "

Længde: 2 meter (lige rør)

Hvor langt skal røret være for at indeholde 1 liter?



b)

Dimension: $\frac{3}{4}$ "

Længde: beregnes ud fra tegning (90° buk)

A: 1000 mm

B: 450 mm

Dimensioner				Bukkeradius
Eng. "	Indv. mm (d)	Udv. mm (D)	Godstykkelse mm	R mm
$\frac{3}{8}$	12,3	17	2,35	50
$\frac{1}{2}$	15,7	21	2,65	64
$\frac{3}{4}$	21,7	27	2,65	80
1	27,5	34	3,25	100
$1\frac{1}{4}$	35,5	42	3,25	126
$1\frac{1}{2}$	41,5	48	3,25	154
2	52,7	60	3,65	204
$2\frac{1}{2}$	68,7	76	3,65	300
3	80,9	89	4,05	400



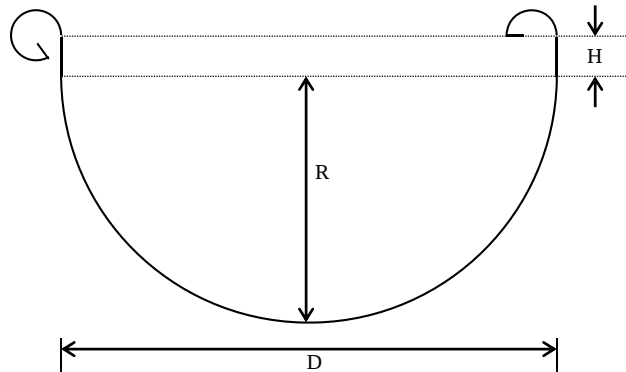
Opgave 6

Brug målene her under og på de første skitsetegninger af huset.

- a) Beregn hvor mange liter vand der kan være i tagrenden.

Tilsnit	R	D	H
250 (10")	54	108	9,5
285 (11")	63	126	9,0
333 (12")	73	146	12,5

Alle mål er i mm



Opgave 7

I huset skal der laves ventilationsanlæg. I den forbindelse ønskes middelhastigheden i kanalerne beregnet. Dette gøres ved at omskrive formelen for volumenstrøm (qv).

$$qv = A \times v \times K_2 \times 3600$$

qv = volumenstrøm (m^3/h)

A = tværsnitsarealet af ventilationskanalen (m^2)

v = middelhastighed (m/s)

K_2 = variabel korrektionsfaktor

3600 = antal sekunder på en time

- a) Beregn middelhastigheden i værelse 2 når du får følgende oplyst:

qv = som tommelfingerregel kan der regnes med at luften skal skiftes mindst 0,5 gang i timen. qv er derfor halvdelen af rummets rumfang.

A = der arbejdes med en rund kanal med en diameter på 100 mm. HUSK at regne i m^2 .

$K_2 = 0,96$ ved runde kanaler med $\varnothing$ 100 mm.

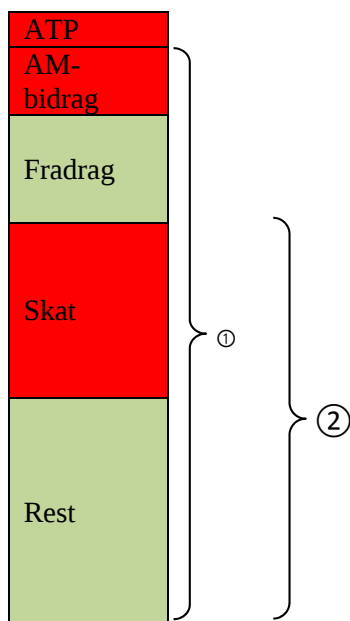


Opgave 8

En lønseddel for en førsteårs vvs-lærling så ud som neden for i 2015. Der arbejdes kun med grundlønnen, og der er derfor ikke taget højde for tillæg i dette eksempel.

a) Beregn de manglende beløb på lønsedlen

Antal arbejdstimer pr. uge	37	
Timeløn	61,75 kr.	
Brutto ugeløn		_____
ATP	23,70 kr.	
Arbejdsmarkedsbidrag	8 %	_____
Fradrag	910 kr.	
Trækgrundlag		_____
Trækprocent	39 %	
Skat		_____
Til udbetaling pr. uge (Netto ugeløn)		_____
Nettoløn i procent af Bruttoløn		_____
Reel skatte- og afgiftsprocent		_____



= Udbetales ikke
 = Til udbetaling

① Arbejdsmarkedsbidraget tages af: løn – ATP

② Trækgrundlaget er: løn – ATP – arbejdsmarkedsbidrag – fradrag

Skatten beregnes af trækgrundlaget



Opgave 9

Brug målene fra tegningen af byggegrunden.

- Tag mål og beregn grundens areal.
- Beregn bebyggelsesprocenten på grunden (helt tal).

Opgave 10

Brug dine beregninger fra opgave 4 til at lave et tilbud på skifertaget. Du skal i tilbuddet huske følgende:

- Sten (11,96 kr. pr. stk.)
- Søm (132 kr. for en æske med 1050 stk.)
- Stormklammer (390 kr. for en æske med 1000 stk.)
- Timeløn (350 kr. pr. time, du vælger selv hvor mange timer der bruges)
- Moms
- Rabat (5-15 %)

De oplyste priser er alle ekskl. moms.

Opgave 11

Når man opsætter tagrender skal der være fald mod nedløbet på 2 ‰.

- Beregn faldet på hver side, hvis der kun laves ét nedløb i den ene ende af huset.
- Er dette optimalt, eller vil du lave arbejdet på en anden måde?

Opgave 12

En vvs-lærling har haft overarbejde og fået 10.000 kr. ekstra udbetalt. Han beslutter sig for at sætte de ekstra penge i banken. Han får rente af pengene svarende til 2,2 % p.a.

- Beregn hvad står der på kontoen efter 1 år.
- Beregn hvad der står på kontoen efter 5 år.

The diagram shows a road profile with points A through G. The elevations at each point are indicated by red vertical lines and blue horizontal lines: A (8,120), B (1,290), C (1,350), D (2,610), E (2,440), F (0,550), and G (1,650). The distances between points are indicated by horizontal line segments with diagonal break marks: A-B (9,1), B-C (10,3), C-D (4,9), D-E (8,2), E-F (7,6), and F-G (5,2). There is an additional distance of 5,6 between G and the start of the profile. The profile is supported by three pillars labeled 1, 2, and 3. The profile starts at point G and ends at point A.

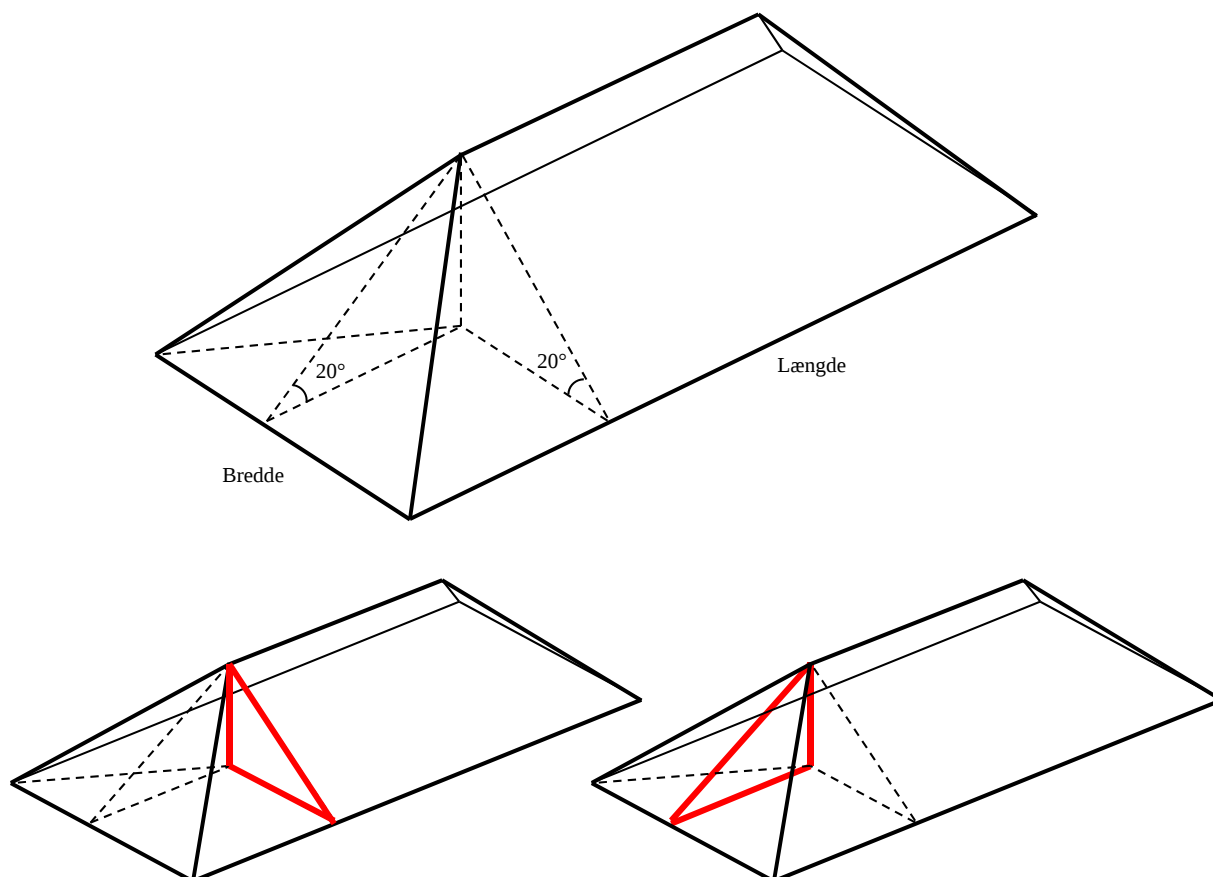
[illegible]



Opgave 14

Der overvejes at renovere tagkonstruktionen. I den forbindelse ændres der til valmet tag som vist på skitsen.

- Beregn det nye tagareal. HUSK der nu er udhæng hele vejen rundt om huset.
- Beregn materialeforbrug til skifertag (sten, stormklammer og søm)





Opgave 15

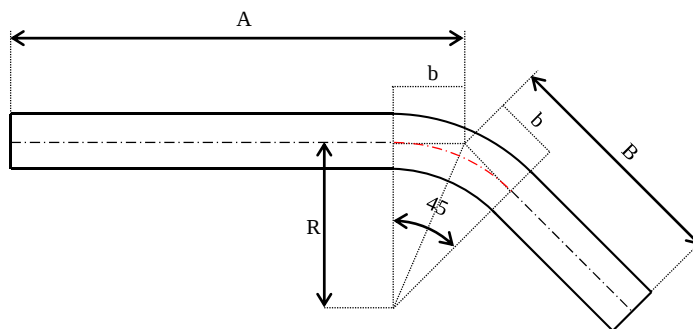
Beregn rumfang (vandmængde) og vægt af følgende rør når du får oplyst at massefylden for stål er $7,83 \text{ g/cm}^3$. Aflæs de nødvendige mål i tabellen.

Dimension: vælg selv

Længde: beregnes ud fra tegning (45° buk)

A: 970 mm

B: 650 mm



Dimensioner				Bukkeradius
Eng. "	Indv. mm (d)	Udv. mm (D)	Godstykke mm	R mm
$\frac{3}{8}$	12,3	17	2,35	50
$\frac{1}{2}$	15,7	21	2,65	64
$\frac{3}{4}$	21,7	27	2,65	80
1	27,5	34	3,25	100
$1\frac{1}{4}$	35,5	42	3,25	126
$1\frac{1}{2}$	41,5	48	3,25	154
2	52,7	60	3,65	204
$2\frac{1}{2}$	68,7	76	3,65	300
3	80,9	89	4,05	400



Opgave 16

En lærling skal til at flytte hjemme fra. Derfor kontakter han to flyttefirmaer for at undersøge priserne for at få sine ting flyttet.

Finns flyttefirma	Billig flyt
Startgebyr: 300 kr.	Startgebyr: 900 kr.
Pr. km: 15 kr.	Pr. km: 8 kr.

- Opstil en funktion der beskriver sammenhængen mellem pris og distance for hvert flyttefirma.
- Tegn den grafiske løsning til hver funktion i samme koordinatsystem. (Brug gerne GeoGebra)
- Hvilket flyttefirma er billigst hvis der skal flyttes 50 km?
- Hvor langt skal der flyttes for at de to flyttefirmaer koster det samme?
- Lærlingen skal flytte 105 km. Hvilket flyttefirma synes du han skal vælge?

Lærlingen vil gerne undersøge prisen pr. km for det flyttefirma du har valgt.

- Opstil en funktion der kan beskrive udviklingen i pris pr. km (omvendt proportional)
- Tegn den grafiske løsning. Du må gerne nøjes med at bruge positive x-værdier.



Opgave 17

Når man arbejder med tagrender, er det vigtigt at tage højde for at metallet kan udvide sig og trække sig sammen i forhold til temperaturen.

Hvor meget et metal kan udvide sig eller trække sig sammen er defineret ved udvidelseskoefficienten.

Udvidelseskoefficient	
Zink	0,022 mm/m/°C
Kobber	0,017 mm/m/°C

Der kan i almindelighed regnes med en temperaturdifference i metallet på 100 °C, hvor man kan opnå +80°C om sommeren og -20°C om vinteren.

Ved beregning af den maksimale udvidelse og sammentrækning, vil den aktuelle metaltemperatur på monterings tidspunktet være udgangspunktet for beregningerne.

- Prøv at opstille en funktion der kan beregne udvidelsen og sammentrækningen af husets tagrende. Lad x være temperaturen.
- Tegn den grafiske løsning.
- Aflæs y -værdierne for $x = -20$ og $x = 80$
- Hvis tagrende opsættes når der er 20 °C, hvor stor er så den maksimale udvidelse og sammentrækning?
- Hvis du har mulighed for at bruge GeoGebra så prøv at lave samme funktion som før, men hvor du lader længden af tagrenden være " a ", altså variabel. På den måde kan du oprette en "skyder" til a og undersøge den maksimale udvidelse og sammentrækning for forskellige længder af tagrender.

Formelsamling

3.141592653589793238462643383279502884197169399375105820974944592307816406286208998628034825342117067982148086
51328230664709384460955058223172535940812848111745028410270193852110555964462294895493038196442881097566593344
61284756482337867831652712019091456485669234603486104543266482133936072602491412737245870066063155881748815209
20962829254091715364367892590360011330530548820466521384146951941511609433057270365759591953092186117381932611
79310511854807446237996274956735188575272489122793818301194912983367336244065664308602139494639522473719070217
98609437027705392171762931767523846748184676694051320005681271452635608277857713427577896091736371787214684409
01224953430146549585371050792279689258923542019956112129021960864034418159813629774771309960518707211349999998
37297804995105973173281609631859502445945534690830264252230825334468503526193118817101000313783875288658753320
83814206171776691473035982534904287554687311595628638823537875937519577818577805321712268066130019278766111959
09216420198938095257201065485863278865936153381827968230301952035301852968995773622599413891249721775283479131
51557485724245415069595082953311686172785588907509838175463746493931925506040092770167113900984882401285836160
35637076601047101819429555961989467678374494482553797747268471040475346462080466842590694912933136770289891521
04752162056966024058038150193511253382430035587640247496473263914199272604269922796782354781636009341721641219
92458631503028618297455570674983850549458858692699569092721079750930295532116534498720275596023648066549911988
18347977535663698074265425278625518184175746728909777727938000816470600161452491921732172147723501414419735685
48161361157352552133475741849468438523323907394143334547762416862518983569485562099219222184272550254256887671
79049460165346680498862723279178608578438382796797668145410095388378636095068006422512520511739298489608412848
86269456042419652850222106611863067442786220391949450471237137869609563643719172874677646575739624138908658326
45995813390478027590099465764078951269468398352595709825822620522489407726719478268482601476990902640136394437
45530506820349625245174939965143142980919065925093722169646151570985838741059788595977297549893016175392846813
82686838689427741559918559252459539594310499725246808459872736446958486538367362226260991246080512438843904512
44136549762780797715691435997700129616089441694868555848406353422072225828488648158456028506016842739452267467
67889525213852254995466672782398645659611635488623057745649803559363456817432411251507606947945109659609402522
88797108931456691368672287489405601015033086179286809208747609178249385890097149096759852613655497818931297848
2168299894872265880485756401427047755132379641451523746234364542858444795265867821051141354735739523113427166
10213596953623144295248493718711014576540359027993440374200731057853906219838744780847848968332144571386875194
35064302184531910484810053706146806749192781911979399520614196634287544406437451237181921799983910159195618146
75142691239748940907186494231961567945208095146550225231603881930142093762137855956638937787083039069792077346
72218256259966150142150306803844773454920260541466592520149744285073251866600213243408819071048633173464965145
39057962685610055081066587969981635747363840525714591028970641401109712062804390397595156771577004203378699360
07230558763176359421873125147120532928191826186125867321579198414848829164470609575270695722091756711672291098
16909152801735067127485832228718352093539657251210835791513698820914442100675103346711031412671113699086585163
98315019701651511685171437657618351556508849099898599823873455283316355076479185358932261854896321329330898570
642046752590709154814165498594616371802709819943099244889575712828990592323326097299712084433573265489382391193
25974636673058360414281388303203824903758985243744170291327656180937734440307074692112019130203303801976211011
00449293215160842444859637669838952286847831235526582131449576857262433441893039686426243410773226978028073189
15441101044682325271620105265227211166039666557309254711055785376346682065310989652691862056476931257058635662
01855810072936065987648611791045334885034611365768675324944166803962657978771855608455296541266540853061434443
18586769751456614068007002378776591344017127494704205622305389945613140711270004078547332699390814546646458807
97270826683063432858785698305235808933065757406795457163775254202114955761581400250126228594130216471550979259
23099079654737612551765675135751782966645477917450112996148903046399471329621073404375189573596145890193897131
11790429782856475032031986915140287080859904801094121472213179476477726224142548545403321571853061422881375850
43063321751829798662237172159160771669254748738986654949450114654062843366393790039769265672146385306736096571



Regnearternes rækkefølge

Plus, minus, gange og division

Hvis et regnestykke kun består af plus og minus regnes forfra.

Eksempel:

Udregn: $8 - 5 + 6 - 4 + 2$

Man regner forfra og får:

$$8 - 5 + 6 - 4 + 2 =$$

$$3 + 6 - 4 + 2 =$$

$$9 - 4 + 2 =$$

$$5 + 2 =$$

$$7$$

Man kan bytte rundt på tallene i et plus-minus-regnestykke, som man vil, men regnetegnene skal følge med tallene (der står et "usynligt" plus foran det forreste tal, hvis der ikke står et minus).

Hvis et regnestykke kun består af gange og division regnes forfra.

Eksempel:

Udregn: $4 \cdot 6 : 3 \cdot 5 : 2$

Man regner forfra og får:

$$4 \cdot 6 : 3 \cdot 5 : 2 =$$

$$24 : 3 \cdot 5 : 2 =$$

$$8 \cdot 5 : 2 =$$

$$40 : 2 =$$

$$20$$

Man kan bytte rundt på tallene i et gange-divisions-regnestykke som man vil, men regnetegnene skal følge med tallene (der står normalt et "usynligt" gange foran det forreste tal).

I lange regnestykker skal man gange og dividere før man plusser og minusser.

Eksempel:

Udregn: $7 - 12 : 4 + 8 \cdot 3 : 6 - 5$

Man regner og får:

$$7 - 12 : 4 + 8 \cdot 3 : 6 - 5 =$$

$$7 - 3 + 4 - 5 =$$

$$3$$

Man siger at gange og divider er "stærkere" end plus og minus.



Negative tal

Når man trækker et negativt tal fra, skal man reelt lægge til, fordi to minusser efter hinanden giver plus.
Man siger at minus minus giver plus

Eksempel:

Udregn: $6 - (-4)$

Man regner og får:

$$6 - (-4) = 10$$

Fordi $6 - (-4)$ svarer til $6 + 4$

Tænk på et minus-stykke som en beregning af forskellen på to tal. I eksemplet er forskellen på -4 og 6 altså 10 .

Når man ganger og dividerer med negative tal gælder disse regler:

$+$	$\cdot$	$-$	$=$	$-$
$-$	$\cdot$	$+$	$=$	$-$

 og

$+$	$:$	$-$	$=$	$-$
$-$	$:$	$+$	$=$	$-$

 og

$-$	$\cdot$	$-$	$=$	$+$
$-$	$:$	$-$	$=$	$+$

Parenteser og brøkstreger

Hvis der er parenteser i lange regnestykker, skal parenteserne udregnes først.

Eksempel:

Udregn: $4 \cdot (8 - 3)$

Man regner og får:

$$4 \cdot (8 - 3) =$$

$$4 \cdot 5 =$$

$$20$$

En brøkstreg betyder det samme som et divisionstegn.

Hvis der er regnestykker i tæller eller nævner (over eller under brøkstregen), skal de udregnes før man dividerer.

Eksempel:

Udregn: $\frac{5 + 7}{9 - 6}$

Man regner og får:

$$\frac{5 + 7}{9 - 6} =$$

$$\frac{12}{3} =$$

$$4$$

Hvis der er brøkstreger i lange regnestykker, skal de - ligesom parenteser - udregnes først.



Regnearternes hierarki

Når man regner skal man altid starte fra toppen og bevæge sig nedad:

1. Parenteser samt tæller og nævner i brøker
2. Potens og rod
3. Gange og division
4. Plus og minus

Det vil sige, man skal gange, før man lægger sammen, og parenteser skal altid regnes ud først osv.

Førstegradslikninger

En ligning siges at være af første grad, hvis den kan skrives på formen $ax + b = 0$ eller umiddelbart omskrives, så den kan stå på denne måde, dvs. at ligningen har en ubekendt (af første grad).

Eksempel:

$$2x + 4 = 0$$

$$x + 5 = 8 - 2x$$

$$5(x + 2) = 4x$$

For at løse en førstegradslikning, skal man isolere den ubekendte (her kaldet x) og for at kunne opskrive løsning af ligninger, skal man kende tegnet $\Leftrightarrow$, som betyder "ensbetydende". Det vil sige, at løsningen er den samme som.

Eksempel:

$$2x - 4 = 0 \Leftrightarrow$$

$$2x = 4 \Leftrightarrow$$

$$x = \frac{4}{2} \Leftrightarrow$$

$$x = 2$$



To ligninger med to ubekendte

Her arbejdes der med to løsningsmetoder, den grafiske løsning og substitutionsmetoden.

To ligninger med to ubekendte kaldes også for et ligningssystem. For at kende forskel på de to ligninger benævnes de ofte ligning et og ligning to. Dette skrives typisk med romertal for et og to, altså (I) og (II)

Substitutionsmetoden

Substitution betyder erstatning. Metoden kaldes også nogle steder for indsættelsesmetoden. Denne metode til løsning af to ligninger med to ubekendte går ud på, at isolere den ene ubekendte i den ene ligning, og derefter substituere (indsætte) dette udtryk ind i den anden ligning.

Eksempel

Her er to ligninger med to ubekendte x og y :

$$\begin{array}{ll} \text{(III)} & x + y = 3 \\ \text{(IV)} & 4x + 3y = 1 \end{array}$$

Først isoleres x i den øverste ligning (I):

$$\begin{array}{ll} \text{(III)} & x = 3 - y \\ \text{(IV)} & 4x + 3y = 1 \end{array}$$

Udtrykket for x substitueres (sættes ind) i den nederste ligning (II). Herved isoleres og bestemmes y , hvorefter x kan bestemmes:

$$\begin{array}{ll} \text{(III)} & x = 3 - y \\ \text{(IV)} & 4(3 - y) + 3y = 1 \end{array}$$

⇕ i (II) ganges 4 ind i parentesen

$$\begin{array}{ll} \text{(III)} & x = 3 - y \\ \text{(IV)} & 12 - 4y + 3y = 1 \end{array}$$

⇕ i (II) forkortes y

$$\begin{array}{ll} \text{(III)} & x = 3 - y \\ \text{(IV)} & 12 - y = 1 \end{array}$$

⇕ i (II) isoleres og beregnes y

$$\begin{array}{ll} \text{(III)} & x = 3 - y \\ \text{(IV)} & y = 12 - 1 = 11 \end{array}$$

⇕ y -værdien fra (II) indsættes i (I)

$$\begin{array}{ll} \text{(III)} & x = 3 - 11 = -8 \\ \text{(IV)} & y = 11 \end{array}$$



Grafisk løsning

I den grafiske løsning skrives ligningssystemet om til funktioner. Graferne for disse funktioner tegnes i et koordinatsystem og skæringen mellem de to grafer er løsningen på ligningssystemet.

Eksempel

Her er to ligninger med to ubekendte x og y:

$$(III) \quad x + y = 3$$

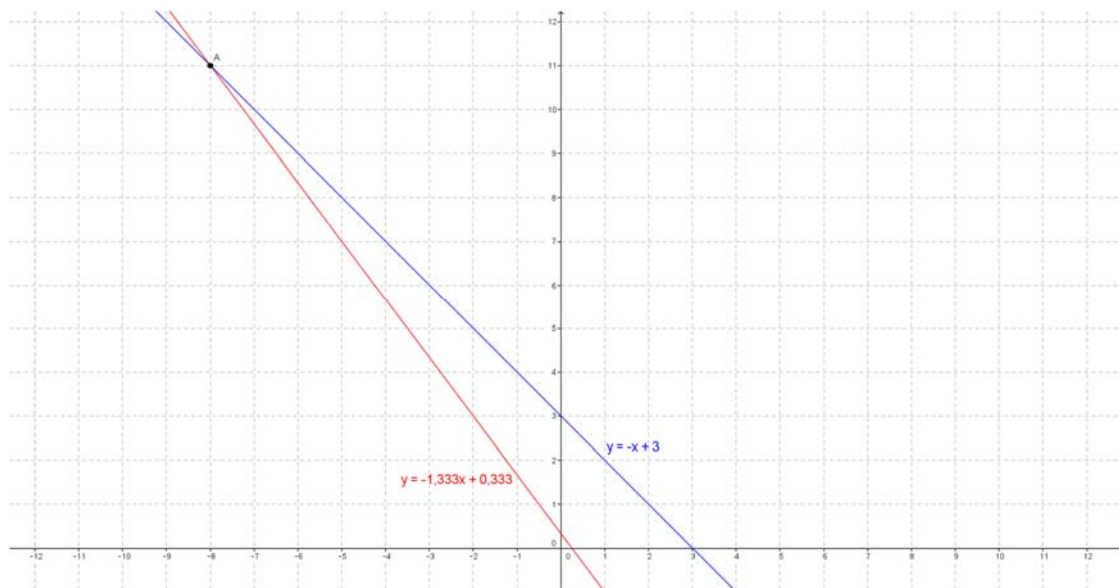
$$(IV) \quad 4x + 3y = 1$$

Først isoleres y i begge ligninger:

$$(III) \quad x + y = 3 \Leftrightarrow y = -x + 3$$

$$(IV) \quad 4x + 3y = 1 \Leftrightarrow y = -1,333x + 0,333$$

Nu tegnes de to grafer ind i et koordinatsystem og skæringspunktet A aflæses.





Længde og areal

Rektangel

Et rektangel er en firkant, hvor alle vinklerne er rette. Gradsum 360° .

$$A = l \cdot b$$

$$o = 2 \cdot (l + b)$$



$$l = \frac{A}{b}$$

$$b = \frac{A}{l}$$

A = areal

l = længde

b = bredde

o = omkreds

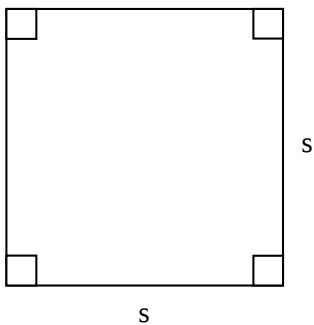
Kvadrat

Et kvadrat er en firkant hvor alle fire sider er lige lange og alle fire vinkler er rette. Gradsum 360° .

$$A = s^2$$

$$o = 4 \cdot s$$

$$s = \sqrt{A}$$



A = areal

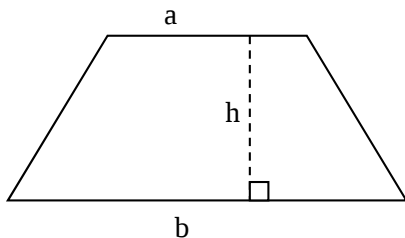
s = sidekant

o = omkreds

Trapez

En trapez er en firkant, hvor to af siderne er parallelle. Gradsum 360° .

$$A = \frac{1}{2} \cdot h \cdot (a + b)$$



A = areal

h = højde

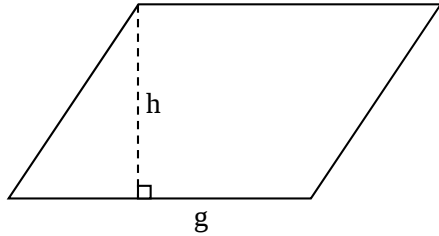
a og b = de to parallelle sider





Parallelogram

Et parallelogram er en firkant, hvor de modstående sider parvis er parallelle. Gradsum 360°



$$A = g \cdot h$$

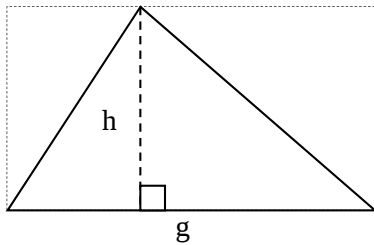
A = areal

h = højde

g = grundlinie

Trekant

Trekant. Gradsum 180°



$$A = \frac{1}{2} \cdot h \cdot g \quad \text{eller} \quad A = \frac{g \cdot h}{2}$$

o = alle tre sider lagt sammen

$$h = \frac{2 \cdot A}{g}$$

$$g = \frac{2 \cdot A}{h}$$

A = areal

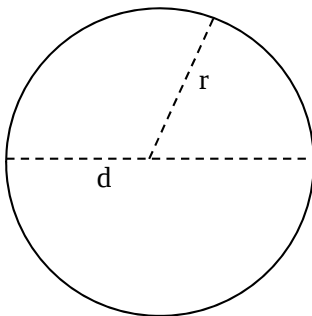
o = omkreds

h = højde

g = grundlinje

Cirkel

Gradsum 360°



$$A = \pi \cdot r^2$$

$$o = 2 \cdot \pi \cdot r \quad \text{eller} \quad o = \pi \cdot d$$

$$d = 2 \cdot r$$

$$r = \sqrt{\frac{A}{\pi}} \quad \text{eller} \quad r = \frac{o}{\pi \cdot 2}$$

A = areal

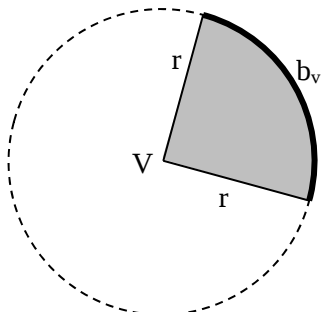
r = radius

d = diameter

o = omkreds



Cirkeludsnit



$$A = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot V}{360}$$

$$b_v = \frac{2 \cdot \pi \cdot r \cdot V}{360}$$

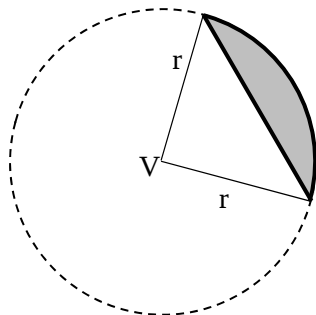
A = arealet af cirkeludsnittet

b_v = cirkeludsnittets buelængde

r = radius

V = cirkeludsnittets vinkel

Cirkelafsnit



$$A = \frac{1}{2} \cdot r^2 \cdot \left(\frac{\pi \cdot V}{180} - \sin V \right)$$

A = arealet af cirkelafsnittet

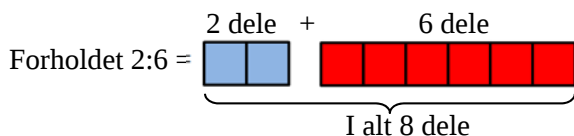
r = radius

V = cirkelafsnittets vinkel



Forholdsregning og målestoksforhold

Forholdsregning



Eksempel:

Del 500 kr. i forholdet 2:6

$$\frac{500}{8} \cdot 2 = 125 \text{ kr. og } \frac{500}{8} \cdot 6 = 375 \text{ kr.}$$

Målestoksforhold

Målestoksforhold bruges til at vise, hvordan et mål på en tegning eller en model hænger sammen med afstanden i virkeligheden.

Det skrives på følgende måde:

$$\begin{array}{c} 1:100 \\ \swarrow \quad \searrow \\ \text{tegning : virkelighed} \end{array}$$



Fra tegning (kort) til virkelighed

$$\text{længde} = \frac{\text{mål på tegning} \cdot \text{virkelighed}}{\text{tegning}}$$

Eksempel:

Målestoksforhold 1:12.000

Afstanden mellem A og B er 2,6 cm på kortet.

Afstand i virkeligheden:

Fra virkelighed til tegning

$$\text{længde} = \frac{\text{mål i virkeligheden} \cdot \text{tegning}}{\text{virkelighed}}$$

Eksempel:

En længde er 6,3 m i virkeligheden og skal tegnes i målestok 1:50

Længde på tegning:
 $6,3 \text{ m} = 630 \text{ cm}$

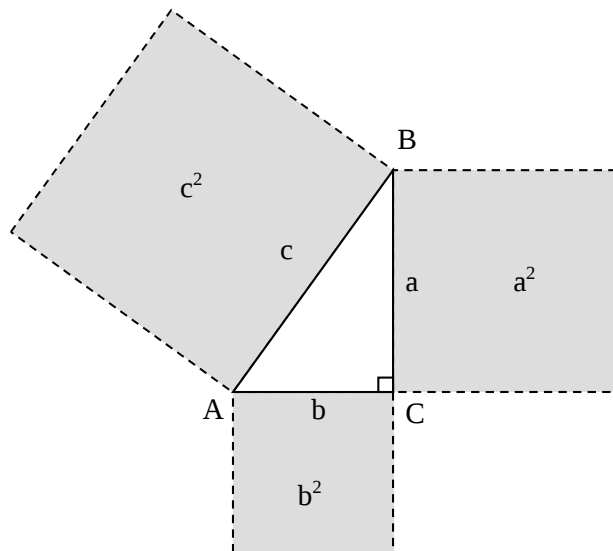


$$\frac{2,6 \cdot 12.000}{1} = 31.200 \text{ cm} = 312 \text{ m} = 0,312 \text{ km}$$

$$\frac{630 \cdot 1}{50} = 12,6 \text{ cm}$$

Pythagoras

Pythagoras' læresætning virker KUN på retvinklede trekanter.



Pythagoras' læresætning

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Ved omskrivning giver dette:

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

$$b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

A = spidsvinkel

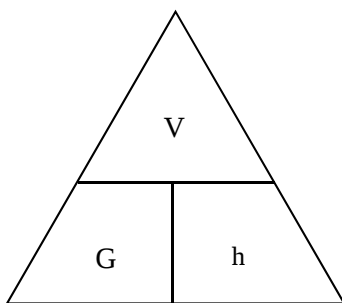
B = spidsvinkel

C = retvinkel = 90°

$$A + B = 90^\circ$$

Rumfang og vægt

Rumfang generelt



$$V = G \cdot h$$

V = Rumfang (volumen)

G = Grundfladens areal

h = højde



Kasse



$$V = l \cdot b \cdot h$$

$$l = \frac{V}{b \cdot h}$$

$$b = \frac{V}{l \cdot h}$$

$$h = \frac{V}{l \cdot b}$$

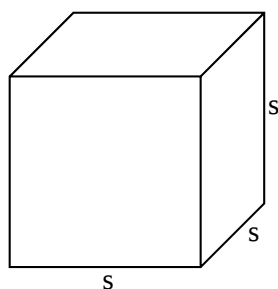
V = rumfang (volumen)

l = længde

b = brede

h = højde

Terning



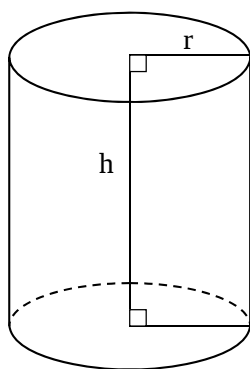
$$V = s^3$$

$$s = \sqrt[3]{V}$$

V = rumfang (volumen)

s = sidekant

Cylinder



$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

$$h = \frac{V}{\pi \cdot r^2}$$

$$r = \sqrt{\frac{V}{h \cdot \pi}}$$

$$A_{ko} = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$$

$$A_{so} = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot (r + h)$$

V = rumfang (volumen)

r = radius

h = højde

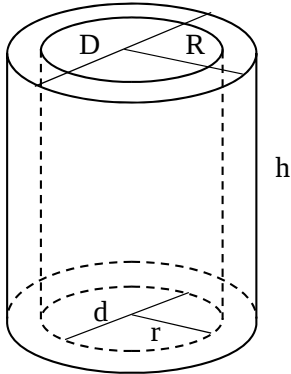
A_{ko} = krumme overfladeareal

A_{so} = samlede overfladeareal





Cylinderrør



$$V = \pi \cdot h \cdot (R^2 - r^2)$$

V = rumfang (volumen)

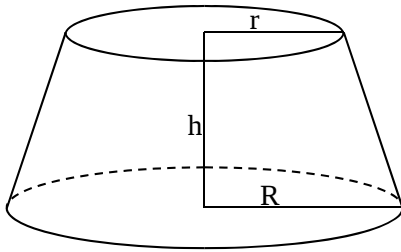
R = udvendig radius

D = udvendig diameter

r = indvendig radius

d = indvendig diameter

Keglestub



$$V = \frac{1}{3} \cdot h \cdot \pi \cdot (R^2 + r^2 + R \cdot r)$$

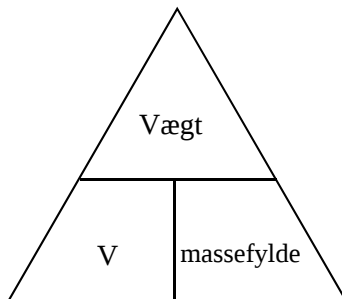
V = rumfang (volumen)

h = højde

r = lille radius

R = stor radius

Vægt



$$\text{Vægt} = \text{rumfang} \cdot \text{massefylde}$$

Massefylde angiver hvad én kubikenhed af et stof vejer.

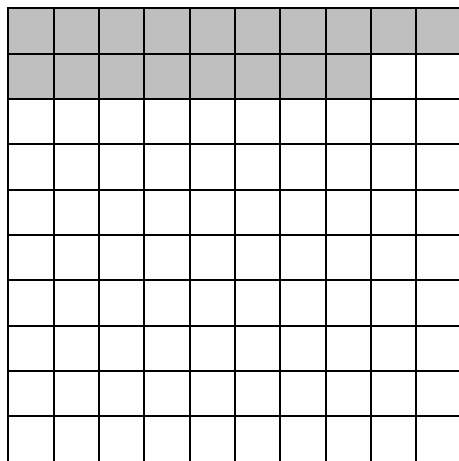
Eksempel:

1 cm³ jern vejer 7,86 g

massefylden for jern er derfor 7,86 g/cm³



Procent



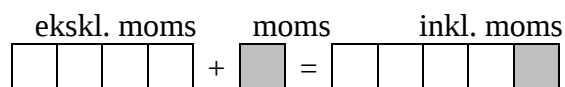
Procent = hundrededele = $\% = \frac{x}{100}$

Det vil sige: $18\% = \frac{18}{100} = 0,18$

Moms

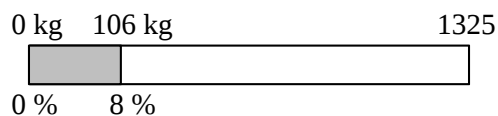
Udgør 25 % når den lægges til.

Udgør 20 % når den trækkes fra.

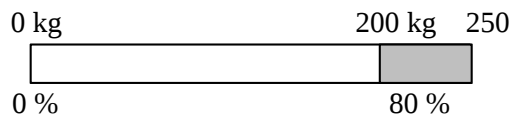


Ekskl. moms = prisen **uden** moms.

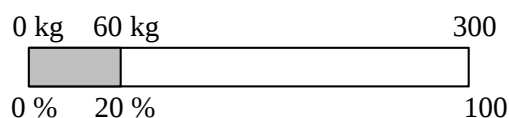
Inkl. moms = prisen **med** moms



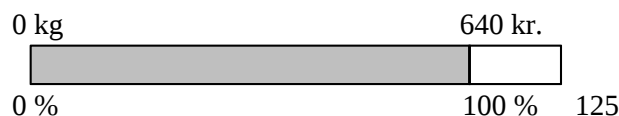
8 % af 1325 kg
 $0,08 \cdot 1325 \text{ kg} = 106 \text{ kg}$



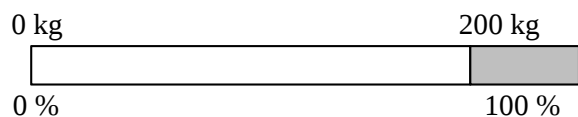
Hvor mange procent er 200 kg mindre end 250 kg?
 $\frac{(250 - 200)}{250} \cdot 100 = 20\%$



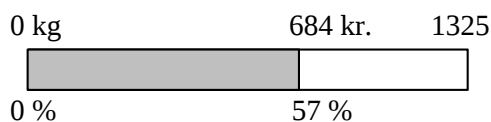
Hvor mange procent er 60 kg ud af 300 kg?
 $\frac{60}{300} \cdot 100 = 20\%$



125 % af et beløb er 800 kr. Hvad er 100 %?
 $\frac{800}{125} \cdot 100 = 640 \text{ kr.}$



Hvor mange procent er 250 kg større end 200 kg?
 $\frac{(250 - 200)}{200} \cdot 100 = 25\%$

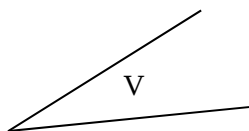


57 % af et beløb er 684 kr. Hvad er 100 %?
 $\frac{684}{57} \cdot 100 = 1200 \text{ kr.}$



Geometri – tegning

Vinkler



Spids vinkel, $V < 90^\circ$



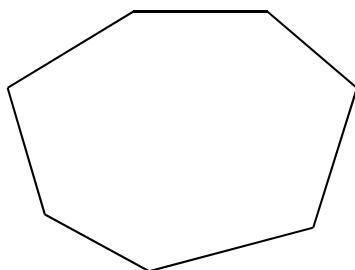
Ret vinkel, $V = 90^\circ$



Stump vinkel, $V > 90^\circ$

Vinkelsum

Eksempel:



Vinkelsummen i en mangekant kan findes med følgende formel:

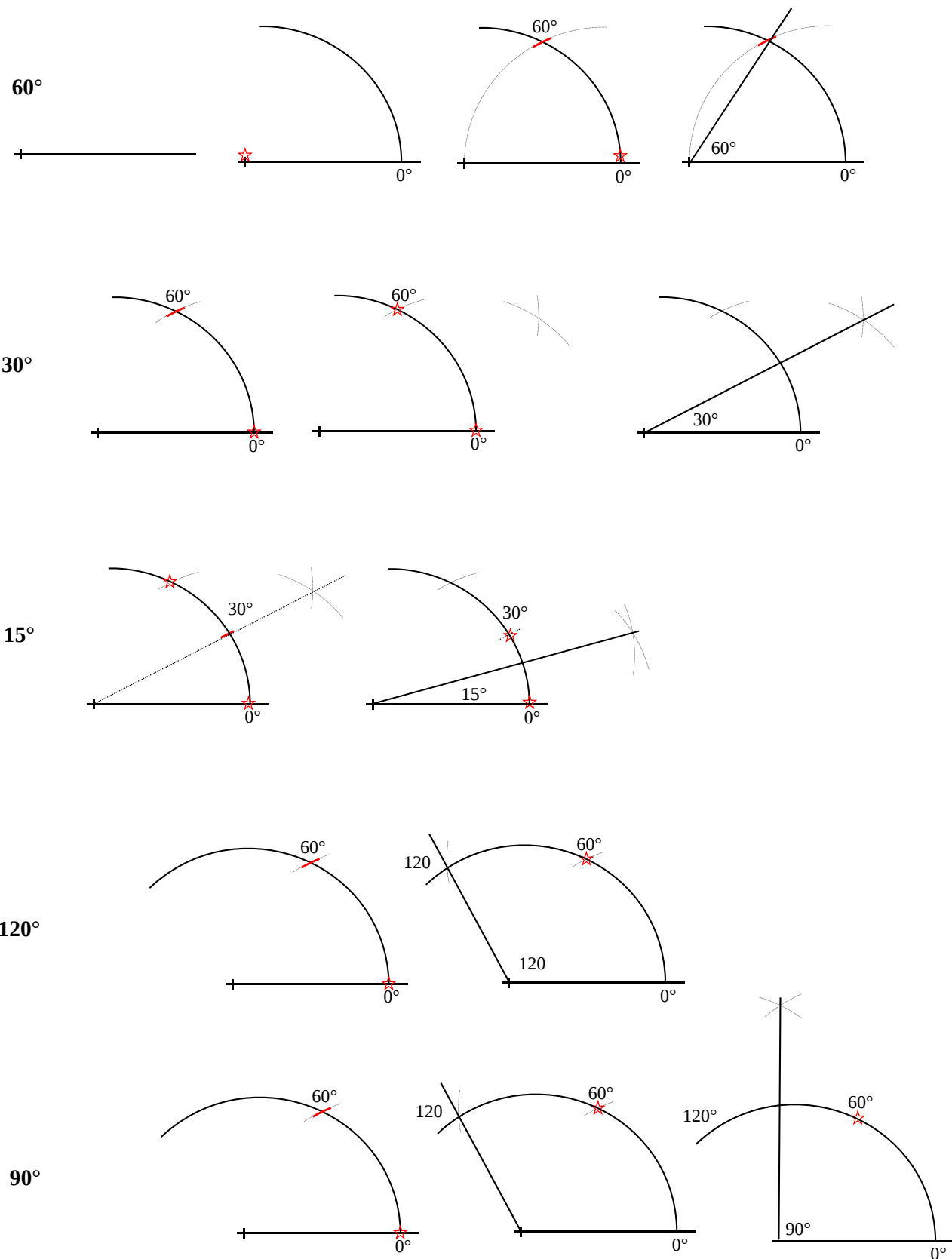
$$\text{Vinkelsum} = (n - 2) \cdot 180^\circ$$

n = antal kanter

Ovenstående figur er en syvkant, derfor bliver vinkelsummen $= (7 - 2) \cdot 180^\circ = 900^\circ$

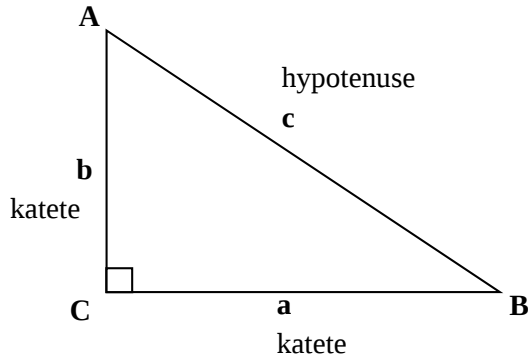


Konstruktion af vinkler





Trigonometri - retvinklet trekant



Nr.	Kendte værdier	Formler til bestemmelse af sider og vinkler		
1	Siderne a og c	$b = \sqrt{c^2 - a^2}$	$A = \sin^{-1}\left(\frac{a}{c}\right)$	$B = \cos^{-1}\left(\frac{a}{c}\right)$
2	Siderne b og c	$a = \sqrt{c^2 - b^2}$	$A = \cos^{-1}\left(\frac{b}{c}\right)$	$B = \sin^{-1}\left(\frac{b}{c}\right)$
3	Siderne a og b	$c = \sqrt{a^2 + b^2}$	$A = \tan^{-1}\left(\frac{a}{b}\right)$	$B = \tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right)$
4	Siden c og vinkel A	$a = c \cdot \sin A$	$b = c \cdot \cos A$	$B = 90^\circ - A$
5	Siden c og vinkel B	$a = c \cdot \cos B$	$b = c \cdot \sin B$	$A = 90^\circ - B$
6	Siden a og vinkel B	$c = \frac{a}{\cos B}$	$b = a \cdot \tan B$	$A = 90^\circ - B$
7	Siden b og vinkel A	$c = \frac{b}{\cos A}$	$a = b \cdot \tan A$	$B = 90^\circ - A$
8	Siden a og vinkel A	$c = \frac{a}{\sin A}$	$b = \frac{a}{\tan A}$	$B = 90^\circ - A$
9	Siden b og vinkel B	$c = \frac{b}{\sin B}$	$a = \frac{b}{\tan B}$	$A = 90^\circ - B$

$\sin$ = sinus

$\cos$ = cosinus

$\tan$ = tangens

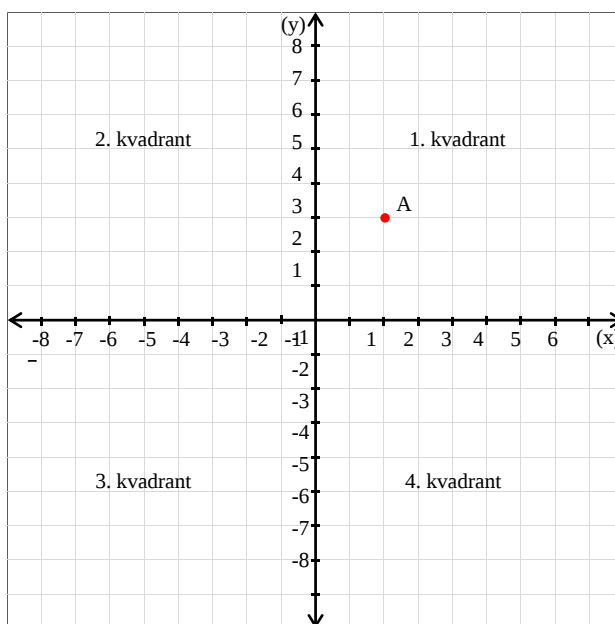
$\sin^{-1}$, $\cos^{-1}$ og $\tan^{-1}$ er de omvendte funktioner



Funktioner

Koordinatsystemet

Koordinatsystemet består af to tallinjer, der står vinkelret på hinanden. De to tallinjer kaldes også for akser og normalt skærer de to akser hinanden gennem nul-punkterne. Dette punkt kaldes origo. Den vandrette akse kaldes ofte x-aksen og den lodrette akse y-aksen. Aksernes skæring deler koordinatsystemets plan i fire dele, som man kalder for 1., 2., 3. og 4. kvadrant.



Når et punkt i koordinatsystemet skal beskrives, gøres det ved først at angive den vandrette talværdi (x-værdi) og derefter den lodrette talværdi (y-værdi).

Punkt A's betegnes således: $A(x,y) = (2,3)$



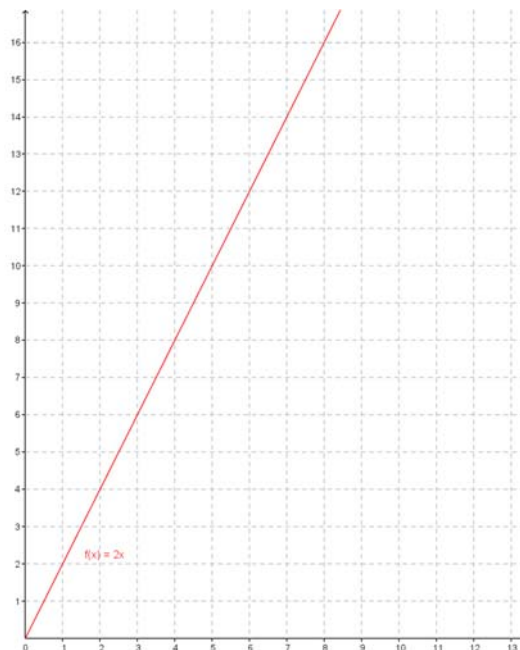
Proportional funktion

En proportional funktion har forskriften:

$$f(x) = ax \quad \text{eller} \quad f(x) = a \cdot x$$

Proportional funktion betyder, at hvis x ændrer sig, så ændrer y sig i samme forhold. Man betegner også disse funktioner som ligefrem proportionale.

Grafen for en proportional funktion er en ret linje, som går igennem $(0,0)$.



Lineær funktion

En lineær funktion har denne forskrift:

$$f(x) = ax + b \quad \text{eller} \quad f(x) = a \cdot x + b$$

Betydningen af a

a kaldes også for hældningskoefficienten. Hældningskoefficienten afgør funktionens hældning, altså om den er stigende eller aftagende.

$a < 0$: Funktionen er aftagende.

$a > 0$: Funktionen er stigende.

$a = 0$: Funktionen er konstant.

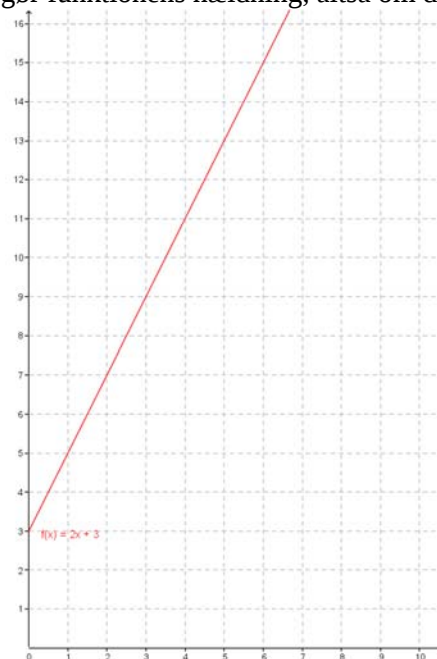
Betydningen af b

b afgør funktionens skæring med y -aksen. Den rette linje skærer altså y -aksen i punktet med koordinaterne: $(0,b)$.

$b < 0$: funktionen skærer y -aksen i et negativt tal ($f(x) = ax - b$).

$b > 0$: funktionen skærer y -aksen i et positivt tal ($f(x) = ax + b$).

$b = 0$: funktionen er ligefrem proportional, og grafen går igennem punktet $(0,0)$ ($f(x) = ax$).





Omvendt proportional funktion

En omvendt proportional funktion har forskriften:

$$f(x) = \frac{k}{x}$$

k kaldes for proportionalitetskonstanten.

Ved omskrivning fås:

$$k = x \cdot y$$

Det vil sige, at x og y ganget sammen, giver det samme tal altså k .

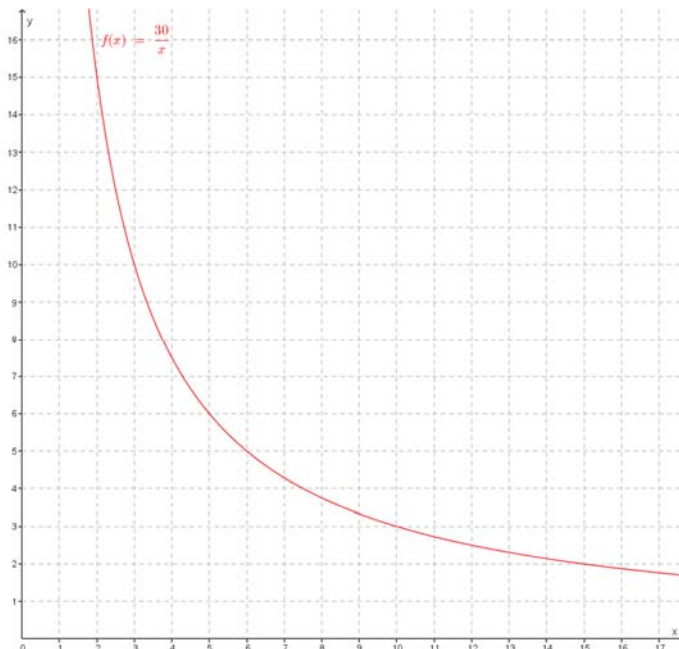
Grafen for en omvendt proportional funktion kaldes en hyperbel.

Betydningen af k

Jo tættere k kommer på 0, desto tættere kommer grafen på $(0,0)$, men k må ikke være 0, da man ikke kan dividere med 0.

$k > 0$: Hvis x er positiv, er y positiv. Hvis x er negativ er y negativ. Graferne ligger i 1. og 3. kvadrant.

$k < 0$: Hvis x er positiv, er y negativ. Hvis x er negativ er y positiv. Graferne ligger i 2. og 4. kvadrant.





Enheder

Længde – Areal – Rumfang (volumen)

Massefylde – Vægt

Forhold
Pr. trin

